

## 5 Вступ

### РОЗДІЛ I. Математичний вступ

- 7 Елементи диференціального числення. Похідна функції. Геометричне значення похідної
- 23 Механічні коливання. Коливальний рух і його характеристики. Динаміка коливального руху
- 38 Гармонічні коливання. Залежність періоду вільних коливань від параметрів коливальної системи
- 49 Швидкість і прискорення при гармонійних коливаннях
- 57 Енергія гармонічних коливань. «Силовий» та «енергетичний» методи обчислення частоти вільних коливань
- 68 Зв'язок коливального руху з рухом по колу. Векторне представлення коливань. Додавання коливань однієї частоти
- 82 Додавання коливань кратних частот. Гармонічний аналіз і синтез
- 91 Вимушені коливання. Резонанс

### РОЗДІЛ II. Електромагнітні коливання

- 114 Коливальний контур. Математичний опис процесів у коливальному контурі
- 129 Змінний струм. Генератор змінного струму
- 136 Активний опір у колі змінного струму. Діюче значення змінного струму і напруги
- 148 Конденсатор і котушка індуктивності в колі змінного струму. Ємнісний та індуктивний опір
- 161 Вимушені коливання в послідовному коливальному контурі. Резонанс напруг
- 170 Аналіз вимушених електромагнітних коливань методом векторних діаграм

- 184 Потужність у колі змінного струму. Коефіцієнт потужності
- 193 Автоколивання. Транзисторний генератор незгасаючих коливань
- 206 Трансформатор

### РОЗДІЛ III: Механічні хвилі

- 225 Типи механічних хвиль. Математичний опис біжної хвилі
- 238 Фазова швидкість хвилі. Швидкість поперечної хвилі в струні
- 249 Швидкість повздовжньої хвилі в стержні. Швидкість звуку в рідинах і газах
- 261 Енергія, яку переносить хвиля. Інтенсивність хвилі. Закон обернених квадратів
- 273 Стоячі хвилі. Коливання струн, стержнів і повітряних стовпів
- 292 Звук і його характеристики
- 303 Ефект Доплера в акустиці
- 317 Інтерференція хвиль
- 329 Принцип Гюйгенса. Виведення законів відбиття і переломлення хвиль
- 338 Поширення хвиль у неоднорідних середовищах. Рефракція. Дифракція

### РОЗДІЛ IV: Електромагнітні хвилі

- 354 Вихрове електричне поле. Струм зміщення
- 367 Випромінювання електромагнітних хвиль. Рівняння плоскої електромагнітної хвилі. Дослід Герца та властивості електромагнітних хвиль
- 386 Винайдення радіо. Принципи радіозв'язку. Поширення хвиль різних діапазонів. Радіолокація. Фізичні основи телебачення

# ВСТУП

«Усе тече, усе змінюється», — говорив давньогрецький філософ Геракліт з Ефеса. Можна додати, що в низці явищ ці зміни повторюються із плином часу. Точно так само чи приблизно так. У таких випадках ідеться про коливання. Вони стосуються усіх боків нашого життя. Добові коливання освітленості земної поверхні, морські припливи й відливи, сезонні коливання кількості листя на деревах. Навіть повторювані рік у рік коливання попиту на морозиво та прохолодні напої.

Колівальні процеси такі поширені, що натрапити на них можна у всіх розділах фізики. Це і механічні коливання маятників годинників, і невидимі теплові коливання атомів та іонів у вузлах кристалічної ґратки. Це періодичний рух поршнів у циліндрах двигунів внутрішнього згоряння. Це коливання електричних і магнітних полів у різних електричних колах і надрах атомів.

Колівання здатні ширитися простором як хвилі найрізноманітнішої природи — механічні, електромагнітні й навіть гравітаційні, які — до речі — виявлено нещодавно. Саме завдяки існуванню механічних хвиль ми можемо чути одне одного й насолоджуватися музикою, а завдяки електромагнітним хвилям — бачити красу довкілля й пізнавати його не тільки розумом, а й почуттями.

От чому ми спеціально створили окремий том, присвячений вивченню колівальних і хвильових процесів.

## РОЗДІЛ І. Математичний вступ

# ЕЛЕМЕНТИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО ЧИСЛЕННЯ. ПОХІДНА ФУНКЦІЇ. ГЕОМЕТРИЧНЕ ЗНАЧЕННЯ ПОХІДНОЇ



*Геніальний фізик Ісаак Ньютон свого часу здійснював різні дослідження і створював математичний апарат для власних потреб. Наприклад, під час вивчення руху Місяця він вивів формулу для доцентрового прискорення. І математика в цьому випадку виявилася саме таким необхідним йому інструментом. У цьому томі «Фізики» ми почнемо розгляд коливального руху. Це складніший вид руху порівняно з тим, що ми вивчали раніше, й складність пов'язана з присутністю більш складної математики. Щоб надалі все було простіше й зрозуміліше, у першому розділі трохи відступимо від фізики та здійснимо «ліквідацію математичної неписьменності» — ознайомимося з елементами диференціального числення.*

**М**іж різними явищами дуже часто спостерігається причинно-наслідковий зв'язок. І ці явища описують за допомогою різних величин. Тому й між фізичними величинами теж існують зв'язки, які математики описують різними функціями. Функціональний зв'язок свідчить, що кожному значенню однієї величини відповідає значення іншої величини. Наприклад, якщо

$y = x^2$ , до кожного значення  $x$  добирається відповідне за таким законом значення  $y$ . Математики в подібних випадках говорять, що величина  $y$  є функцією величини  $x$ :

$$y = f(x).$$

Традиційно кажуть, що  $x$  — незалежна змінна,  $y$  — змінна залежна. І якщо змінити  $x$ , зміниться також  $y$ . Припустімо, що у прикладі  $y = x^2$  значення  $x$  змінилося від 1 до 2, й тоді  $y$  дорівнює вже 4, тобто в цьому випадку він зміниться на 3. Цю зміну можна назвати приростом функції та позначити  $\Delta y$ . Такий приріст спричинено зміною незалежної змінної. Зміну величини  $x$  можемо позначити  $\Delta x$  і говоритимемо, що це приріст незалежної змінної, або **аргументу**. Якщо ж візьмемо різні функції, або навіть одну й ту саму, як у нашому прикладі, й вивчатимемо приріст функції за одного й того самого приросту аргументу, але за різних його початкових значень  $x$ , матимемо різний приріст функції. Наприклад, якщо  $x$  змінюється від 1 до 2, то  $y$  — від 1 до 4, тобто на 3. А якщо  $x$  змінюється від 2 до 3,  $y$  — уже від 4 до 9, тобто на 5. Отже, за одного й того самого приросту аргументу функція може змінюватися по-різному залежно від початкової точки.

Припустімо, початкове значення аргументу в нас  $x_0$ , тоді після збільшення аргументу на  $\Delta x$  отримаємо значення  $x_0 + \Delta x$ . Можемо зазначити, чому дорівнюватиме приріст функції:

$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0).$$

Приріст функції залежатиме від значення  $\Delta x$ .

Розгляньмо відношення приросту функції до приросту аргументу:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$



Це відношення залежить від того, яке ми беремо  $\Delta x$ . Та виявляється, що в більшості випадків, якщо ми зменшуватимемо  $\Delta x$ , це відношення прямуватиме до певного числа — сягатиме певної *границі*. Математики позначають це так:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

Ця границя нам уже траплялася під час вивчення поняття миттєвої швидкості. Ми говорили, що миттєва швидкість — це відношення малого переміщення на ділянці траєкторії, що включає певну точку, до величини проміжку часу, за який сталося це переміщення. І коли ми спрямували проміжок часу до нуля, середня швидкість на цій ділянці прямувала до миттєвої. Наше перше відношення — це середня швидкість зміни функції, а друге відношення — миттєва швидкість зміни функції. Така величина має назву **похідної функції** в точці  $x_0$ . А похідна функції в точці — це число, яке позначається  $y'(x_0)$ . Тобто

$$y'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}.$$

Отже, похідна функції в точці є границею відношення приросту функції до приросту аргументу, коли приріст аргументу прямує до нуля. Така границя у фізиці існує практично завжди.

Процес обчислення похідної називається **диференціюванням**. Функції, що мають похідну, називаються *диференційовними функціями*. Крім того, існує ще одне позначення похідної:

$$y'(x_0) = \frac{\Delta y}{\Delta x} \text{ при } \Delta x \rightarrow 0 = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx},$$

Де  $dy$  і  $dx$  — *диференціали*, або нескінченно малі прирости функції та аргументу.

Слід пам'ятати, що похідна залежить від того, в якій точці ми її обчислюємо. Тому можна сказати, що похідна функції теж є функцією, тільки іншого виду. І наше завдання — навчитися обчислювати похідні в різних найпростіших випадках.

Розгляньмо найпростішу функцію — лінійну:

$$y = kx + C.$$

Обчислимо її похідну —  $y'$ . Щоб знайти похідну, необхідно приріст аргументу розмістити в знаменнику, приріст функції — у чисельнику та подивитися, що стається з цим дробом, коли приріст прямує до нуля:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{[k(x + \Delta x) + C] - [kx + C]}{\Delta x} = \frac{[kx + k\Delta x + C - kx - C]}{\Delta x} = \\ &= \frac{k\Delta x}{\Delta x} = k. \end{aligned}$$

Цікаво, що незалежно від того, якою є величина  $\Delta x$ , відношення приросту функції до приросту аргументу залишається незмінним. Це властивість лінійної функції. Тоді можемо записати:

$$(kx + C)' = k.$$

Розгляньмо випадок, коли  $k = 0$ . У цьому випадку функція виявиться просто  $C$ . Звідси випливає, що  $C' = 0$ . Запам'ятаємо: якщо функція є постійною величиною, її похідна дорівнює нулю. Якщо ж  $k = 1$ , а  $C = 0$ , тоді  $y = x$ , а  $(x)' = 1$ .

Запам'ятаємо: похідна аргументу — завжди одиниця.

Розгляньмо ще один приклад: функцію  $y = x^3$ . Ми вже знаємо, що спершу потрібно знайти відношення приросту функції до приросту аргументу:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta y}{\Delta x} &= \frac{(x + \Delta x)^3 - x^3}{\Delta x} = \frac{x^3 + 3x^2 \cdot \Delta x + 3x \cdot (\Delta x)^2 + (\Delta x)^3 - x^3}{\Delta x} = \\ &= 3x^2 + 3x \cdot \Delta x + (\Delta x)^2. \end{aligned}$$

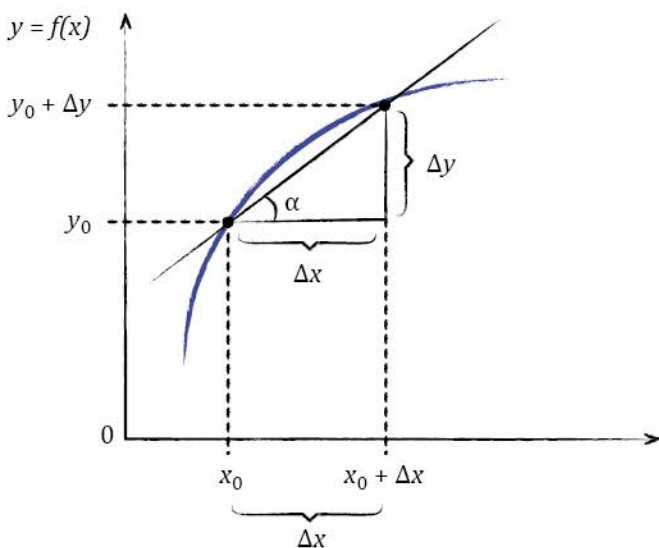
Знайдімо похідну, що є границею цього відношення, коли  $\Delta x$  прямує до нуля:

$$(x^3)' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (3x^2 + 3x \cdot \Delta x + (\Delta x)^2).$$

Спрямуємо  $\Delta x$  до нуля та отримуємо результат:

$$(x^3)' = 3x^2.$$

Розгляньмо тепер геометричне значення похідної. Для цього передовсім зобразимо графік функції, похідну якої шукатимемо. Припустимо, що графік має вигляд як на рисунку. Значенню аргументу  $x_0$  відповідатиме значення функції  $y_0$ . Це координати точки на нашому графіку. Якщо збільшимо аргумент на  $\Delta x$ , функція змінить своє значення й дорівнюватиме  $y_0 + \Delta y$ . Це координати іншої точки. Проведімо пряму, що проходить через ці дві точки графіка — це буде січна до кривої, що зображує графік функції (графік 1).



Графік 1