

Мозг и изучение математики

За прошедшее десятилетие появилось множество технологий, которые обеспечили новые возможности изучения функций разума и мозга. Сейчас ученые могут наблюдать, как дети и взрослые работают над решением математических задач, и регистрировать активность их головного мозга; отслеживать процесс его роста и дегенерации, а также влияние различных эмоциональных состояний на его активность. В последние годы сформировалась область исследований, которая изучает так называемую пластичность мозга. Результаты в этой области поразили ученых. Раньше считалось, что мозг, данный человеку от рождения, нельзя изменить, но теперь эта гипотеза решительно опровергнута. Многие исследования продемонстрировали невероятную способность головного мозга расти и меняться за достаточно короткий период (Abiola & Dhindsa, 2011; Maguire, Woollett, & Spiers, 2006; Woollett & Maguire, 2011).

Когда мы узнаем новую идею, в нашем мозге возникает электрический сигнал, который проходит через синапсы и соединяет различные участки мозга.

Если вы глубоко изучаете какой-то предмет, активность синапсов создает устойчивые связи в головном мозге, формируя структурные пути. Но, если вы ознакомитесь с идеей только раз или изучите ее поверхностно, синаптические связи могут растаять, как следы на песке. Синапсы активизируются в процессе

обучения, но он происходит не только на уроках или во время чтения книг. Они возбуждаются, когда мы разговариваем, играем, собираем конструктор и занимаемся многими другими видами деятельности.

Ряд открытий, под влиянием которых ученые изменили свое мнение о способностях и обучении, были сделаны в процессе исследований роста головного мозга, зафиксированного у водителей лондонского такси. Я родом из Англии и много раз ездила в Лондоне на такси. У меня остались теплые детские воспоминания об увлекательных однодневных путешествиях в Лондон с семьей — мы жили в нескольких часах езды от города. Потом я училась и работала в Королевском колледже Лондонского университета и тогда гораздо чаще совершала поездки по городу на такси. В Лондоне много таксомоторных компаний, но истинная «королева» — Black Taxi, или Black Cab.

В ходе большинства поездок по Лондону на такси Black Cab я и не задумывалась, насколько высок уровень квалификации водителей. Оказывается, чтобы стать водителем Black Cab, кандидатам необходимо пройти курс обучения продолжительностью от двух до четырех лет, в течение которого они должны запомнить 25 тысяч улиц и 20 тысяч объектов в радиусе 40 километров от перекрестка Чаринг-Кросс. Научиться ориентироваться в Лондоне гораздо сложнее, чем в большинстве американских городов: сеть лондонских улиц не имеет четкой структуры и включает тысячи переплетающихся друг с другом, взаимосвязанных улиц.

В конце обучения водители Black Cab сдают тест по курсу, названный просто и элегантно — «Знание». Если во время поездки в лондонском Black Cab вы спросите водителя об этом курсе, он с удовольствием расскажет вам, насколько труден как сам тест, так и весь процесс обучения. «Знание» известен как один из самых сложных в мире курсов; в среднем кандидаты сдают экзамен с двенадцатого раза.

В первое десятилетие XXI века ученые решили исследовать водителей Black Cab на предмет изменений, которые происходят в их головном мозге в процессе обучения пространственной ориентации. Но они не ожидали настолько впечатляющих результатов.

Оказалось, что к концу периода обучения гиппокамп водителей такси существенно увеличился (Maguire et al., 2006; Woollett & Maguire, 2011). Гиппокамп — область мозга, отвечающая за хранение и обработку пространственной информации.

В ходе других исследований ученые сравнили рост мозга водителей Black Cab с ростом мозга водителей лондонских автобусов, которые изучают только простые единичные маршруты. По результатам исследования было установлено, что у этих водителей не наблюдается такого роста головного мозга (Maguire et al., 2006). Это подтвердило вывод ученых о том, что именно необычайно сложное обучение водителей такси становится причиной поразительного роста их головного мозга. В ходе дальнейших исследований ученые обнаружили, что после выхода водителей Black Cab на пенсию их гиппокамп снова уменьшается в объеме (Woollett & Maguire, 2011).

Многочисленные исследования с участием водителей Black Cab (Maguire et al., 2006; Woollett & Maguire, 2011) продемонстрировали уровень гибкости, или пластичности головного мозга, поразивший ученых. Ранее они считали, что такое невозможно. Все эти открытия привели к тому, что научный мир изменил свое мнение об обучении, способностях и возможностях изменений и роста мозга.

Примерно в то же время, когда проводились исследования с участием водителей Black Cab, произошло событие, которое еще больше потрясло научный мир. У девятилетней Кэмерон Мотт были припадки, которые медики не могли контролировать. Лечащий врач девочки Джордж Джелло предложил радикальную меру. Он пришел к выводу, что необходимо удалить половину ее головного мозга: все левое полушарие. Это была революционная операция, которая прошла успешно. Несколько дней после операции Кэмерон была парализована. Врачи считали, что она будет оставаться в таком состоянии много лет. Но прошло несколько недель, а потом и месяцев — и девочка поразила врачей восстановлением функций. Это могло значить только одно: в правом полушарии головного мозга сформировались связи, необходимые для выполнения функций левого полушария. Врачи отнесли это на счет

невероятной пластичности головного мозга и могли объяснить случившееся только тем, что на самом деле произошла регенерация мозга девочки. Процесс формирования нового мозга проходил быстрее, чем врачи могли себе представить. Сейчас Кэмерон бегают и играет вместе с другими детьми, а легкая хромота — единственный признак утраты значительной части мозга*.

Новые данные о том, что головной мозг может расти, адаптироваться и меняться, потрясли научный мир и повлекли множество новых исследований и обучения с использованием новых технологий и оборудования для сканирования мозга. В ходе исследования, крайне интересного для работников сферы образования, специалисты Национального института психического здоровья давали участникам упражнение, над которым те должны были работать по 10 минут каждый день на протяжении трех недель. Затем исследователи сравнили мозг тех, кто выполнял упражнение, с мозгом тех, кто этого не делал. Выяснилось, что в головном мозге участников исследования, которые работали над упражнением, произошли структурные изменения. Он «перепрограммировался» и увеличился в объеме под воздействием 10-минутного задания, которое они выполняли каждый день на протяжении 15 дней (Karni et al., 1998). Эти результаты должны подтолкнуть педагогов к отказу от устоявшихся представлений о мозге и обучении, которые сейчас распространены в школе: мол, ученики бывают умными и глупыми, сообразительными и бестолковыми. Если мозг способен измениться за три недели, представьте себе, что может произойти за год изучения математики, если ученики получают нужный материал по этому предмету и позитивные отклики о своих потенциале и способностях. В главе 5 мы поговорим о структуре лучших математических задач, над которыми должны работать ученики, чтобы их мозг развивался.

Новые данные, полученные по результатам исследований головного мозга, свидетельствуют: при грамотном преподавании и наличии толковой обратной связи каждый ученик может успешно

* Подробнее см.: http://www.today.com/id/36032653/ns/today-today_health/t/meet-girl-half-brain/#.UeGbixbfvCE.

освоить математику и добиться самого высокого уровня успеваемости в школе. У некоторых детей действительно есть специфические образовательные потребности, затрудняющие изучение математики. Но подавляющему большинству (95%) доступны все уровни школьного курса. Родители и учителя должны знать это. Когда я рассказываю об этих результатах исследований во время семинаров и презентаций, это вдохновляет и стимулирует большинство учителей. Но не всех. Недавно я работала с группой учителей, и у одного преподавателя математики из средней школы эта идея вызвала явное беспокойство. Он сказал: «Вы же не будете утверждать, что любой шестиклассник моей школы сможет изучать дифференциальное и интегральное исчисление в двенадцатом классе?» Я ответила: «Буду». Тот учитель был по-настоящему встревожен этой идеей — хотя, надо отдать ему должное, он не отверг ее сразу. Некоторым трудно принять тот факт, что кто угодно может освоить математику на достаточно высоком уровне, особенно если они много лет решали, кто может заниматься ею, а кто нет, и обучали детей в соответствии с этим убеждением. Безусловно, с самого рождения многие дети получили достаточно впечатлений и сигналов в отношении математики, из-за которых оказались в числе отстающих и могли дойти до шестого класса с меньшим объемом математических знаний по сравнению с другими учениками. Но это не значит, что такие ученики не могут ускорить свое развитие и выйти на более высокий уровень. Они способны сделать это при условии качественного преподавания и поддержки, которой заслуживают все дети.

Меня часто спрашивают, действительно ли я думаю, что всем от рождения дан одинаковый мозг. Нет, я такого не утверждаю. Я говорю о том, что врожденные особенности детей далеко не так важны, как рост их мозга на протяжении всей жизни. Многие твердо убеждены, что наш потенциал зависит от того, что нам дано от рождения, и приводят в пример известных людей, которых считают гениями: Альберта Эйнштейна или Людвиг ван Бетховена. Но сейчас ученым известно, что опыт обучения, который мы накапливаем с рождения, затмевает любые врожденные особенности мозга (Wexler in Thompson, 2014). Синапсы возбуждаются

в головном мозге каждую секунду, и ученики, которые росли в стимулирующей среде и получали сигналы о мышлении роста, могут всё. Особенности мозга порой с самого начала дают некоторым людям более благоприятные условия, но лишь немногим природой дано то, что на всю жизнь обеспечит им преимущество. Именно те люди, которых принято считать гениальными от рождения, часто подчеркивают, как упорно они трудились и сколько ошибок совершили. Эйнштейн — пожалуй, самый известный ученый из тех, кого считают гениями, — научился читать только в девять лет и часто говорил, что его достижения рождены ошибками, которые он совершил, и упорством, которое он проявлял. Он относился к работе и жизни как человек с мышлением роста. Многие научные данные подтверждают, что основой успехов или неудач становятся не врожденные умственные способности, а подход к жизни, обратная связь и имеющиеся возможности обучения. Самые благоприятные условия формируются тогда, когда ученики верят в себя. В школе слишком многие сталкиваются с трудностями в изучении математики, получая такие сигналы о своем потенциале, которые заставляют их поверить в то, что они хуже остальных или у них нет таких способностей, как у других. Представленная в данной книге информация поможет и учителям, и родителям внушить детям уверенность в себе, которая им необходима, и вывести их на путь, который приведет их к математическому мышлению, каким бы ни был их предыдущий опыт. Этот путь подразумевает изменение отношения учеников к себе и смену подхода к изучению математики.

Да, мозг у всех разный. Но, в отличие от многих, я считаю, что математического склада ума или математического таланта не существует. Никто не рождается ни со знанием математики, ни без способности изучать ее. К сожалению, идеи об одаренности очень живучи. Не так давно исследователи проанализировали, насколько преподаватели высших учебных заведений убеждены в том, что для изучения их предметов (тридцать в общей сложности) необходима одаренность, и пришли к поразительным выводам (Leslie, Cimpian, Meyer, & Freeland, 2015). Именно преподаватели математики более всех убеждены в том, что их предмет

доступен не каждому. Кроме того, исследователи пришли к выводу, что чем больше в той или иной области ценится одаренность, тем меньше в ней женщин со степенью доктора наук, а также что есть корреляция между убеждениями, свойственными соответствующей области, и представленностью женщин в ней. Меньшее число женщин в тех областях, где сильна вера в природную одаренность, объясняется тем, что до сих пор широко распространены стереотипы о том, кто действительно может заниматься математикой (подробнее об этом см. в главе 6). Нам стоит придерживаться более справедливых и просвещенных взглядов на изучение математики в своих беседах и занятиях с учениками. Работа с учениками должна опираться на новую науку о мозге; нам стоит внушать всем мысль о том, что освоить математику может каждый, а не только тот, кого считают одаренным. Это откроет путь к иному будущему — в котором психологическая травма в связи с изучением математики останется в прошлом, а ученики из разных слоев общества получат доступ к возможностям качественного ее изучения.

В ходе исследований Кэрол Дуэк и ее коллег было установлено, что примерно у 40% детей отмечается пагубное фиксированное мышление и они убеждены, будто интеллект — дар, который «либо есть, либо нет». 40% учеников свойственно мышление роста, а оставшиеся 20% демонстрируют признаки обоих типов мышления (Dweck, 2006b). Ученики с фиксированным мышлением чаще легко сдаются, а ученики с мышлением роста продолжают трудиться, даже если им приходится постоянно выполнять нелегкую работу, демонстрируя при этом качество, которое Анджела Дакворт называет твердостью характера (Duckworth & Quinn, 2009). В ходе одного исследования учеников седьмого класса был проведен опрос для определения типа мышления. Потом исследователи на протяжении двух лет отслеживали успеваемость этих учеников по математике. Результаты оказались впечатляющими: успеваемость учеников с фиксированным мышлением оставалась на прежнем уровне, а у учеников с мышлением роста она постоянно повышалась (Blackwell et al., 2007; рис. 1.1).

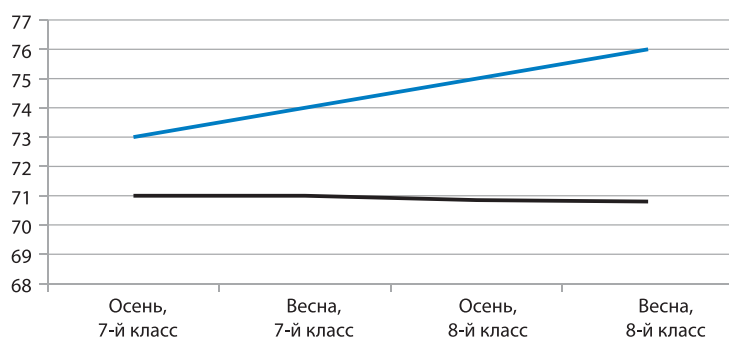


Рис. 1.1. Ученики с мышлением роста опережают в математике учеников с фиксированным мышлением

Источник: Blackwell et al., 2007.

В ходе других исследований ученые показали, что фиксированное мышление у детей (и взрослых) может трансформироваться в мышление роста. Когда это происходит, их подход к обучению становится гораздо более позитивным и успешным (Blackwell et al., 2007). Кроме того, получены новые данные (подробнее см. главу 2) о том, что, когда ученики с мышлением роста совершают ошибки, активность их мозга более позитивна; при этом у них активизируется больше участков мозга, они уделяют больше внимания ошибкам и исправляют их (Moser, Schroder, Heeter, Moran, & Lee, 2011).

Мне не нужны были другие доказательства важности помощи детям (и взрослым) в развитии мышления роста, в частности в математике. Но недавно мне довелось работать в Париже вместе с членами команды PISA* (программы Организации экономического сотрудничества и развития, ОЭСР) над анализом поразительного объема данных о 13 миллионах учащихся из разных стран. Команда PISA проводит международные тесты раз в четыре года, а их результаты публикуются информационными агентствами во всем мире. В США результаты тестов часто вызывают тревогу — и не без оснований. По итогам последнего (на момент написания книги) теста США

* PISA (Program for International Student Assessment) — международная программа по оценке образовательных достижений учащихся. *Прим. перев.*

заняли 36-е место по уровню знаний в математике среди 65 стран — членов ОЭСР (PISA, 2012). Подобно многим другим итогам, этот результат говорит о наличии настоящей потребности в реформировании преподавания и изучения математики в США. Однако команда PISA занимается не только организацией тестов по математике, но и проводит опросы учащихся с целью сбора информации об их представлениях и убеждениях в отношении математики и своего мышления. Я получила предложение поработать со специалистами PISA, после того как некоторые члены этой команды прошли онлайн-курс, который я проводила прошлым летом. Одним из этих людей был Пабло Сойдо — учтивый испанец, который глубоко анализирует вопросы изучения математики и имеет богатый опыт работы с огромными объемами данных. Пабло — аналитик PISA. Проанализировав имеющиеся данные, мы с ним обнаружили нечто поразительное: именно учащиеся с мышлением роста добиваются самых высоких результатов в математике и опережают других более чем на год изучения математики (рис. 1.2).

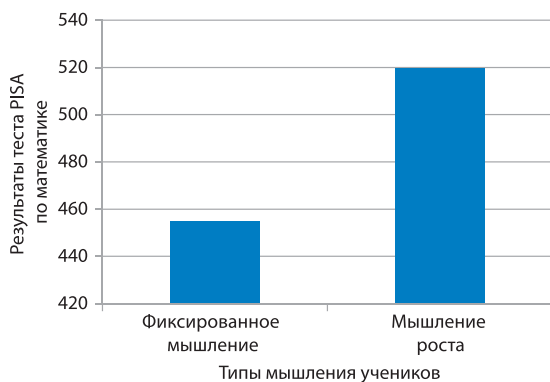


Рис. 1.2. Мышление и математика

Источник: PISA, 2012.

Фиксированное мышление (когда ученики считают, что они либо умные, либо нет), которое приводит к пагубным последствиям, свойственно ученикам всех уровней успеваемости. Но самый тяжелый вред оно наносит девочкам с высоким уровнем успеваемости (Dweck, 2006a). Как оказалось, губительна даже

уверенность в собственных умственных способностях (одна из установок на данность). Ведь ученики с фиксированным мышлением менее склонны пробовать свои силы в более тяжелой работе или изучении более сложного предмета: они боятся, что совершат ошибку и их уже не будут считать умными. Ученики с мышлением роста берутся за трудную работу и воспринимают ошибки как вызов и стимул прилагать еще больше усилий. Высокая распространенность фиксированного мышления среди девочек — одна из причин того, что они не стремятся изучать технические дисциплины STEM*. Это не только ограничивает их жизненные шансы, но и обедняет дисциплины STEM, которые нуждаются в мышлении и видении девушек и женщин (Boaler, 2014a).

В США у многих людей сформировалось фиксированное мышление, в частности из-за того, как родители и учителя хвалят их. Когда ученики получают похвалу за какое-то качество (например, интеллект, если они хорошо справились с каким-то заданием), поначалу они чувствуют себя хорошо. Но когда они позже сталкиваются с неудачами (а они бывают у каждого), для них это означает, что на самом деле они не так уж умны. В ходе одного из недавних исследований было обнаружено, что от того, как родители хвалят детей от момента рождения до трех лет, зависит их мышление через пять лет (Gunderson et al., 2013). Влияние похвалы, которую получают ученики, может быть настолько сильным, что это сразу сказывается на их поведении. В ходе одного из исследований Кэррол Дуэк 400 ученикам пятого класса предложили пройти небольшой легкий тест, с которым почти все справились хорошо. Затем половину детей похвалили за интеллект («Ты такой умный!»), а другую — за усилия при выполнении задания («Ты работал очень усердно!»). После этого детям предложили пройти еще один тест, дав им возможность выбрать между простым вариантом, с которым они могли легко справиться, и более сложным, в котором они могли сделать ошибку. 90% учеников, которых хвалили за усилия, выбрали более трудный тест. Большинство же тех,

* STEM (science, technology, engineering, and math) — естественные науки, технологии, инженерное дело, математика. *Прим. перев.*

кого хвалили за интеллект, предпочли легкий вариант (Mueller & Dweck, 1998).

Похвала доставляет удовольствие. Но когда человека хвалят за его личные качества («Ты такой умный!»), а не за то, что он сделал («Отличная работа!»), у него создается впечатление, что его способности неизменны. Сказать ученику, что он умный, — значит обречь его на проблемы в будущем. Когда в школе и в жизни ученики терпят неудачу в решении многих задач (что, повторю, вполне естественно), они оценивают себя, решая, умны они или нет. Вместо того чтобы хвалить учеников за умственные способности или другое личное качество, лучше сказать так: «Замечательно, что ты этому научился» или «Ты действительно хорошо все продумал».

В американской системе образования распространено представление, что способности некоторых учеников не позволят им изучать математику определенного уровня сложности. Не так давно я столкнулась с шокирующим фактом: несколько учителей математики в старших классах написали в школьный совет письмо, где утверждали, что некоторые ученики не способны сдать тест по алгебре второго уровня; в частности, что нуждаются в упрощении программы некоторые малообеспеченные ученики из числа нацменьшинств. Письмо было опубликовано в местных газетах, а законодательное собрание штата использовало его в качестве примера, подтверждающего необходимость создания чартерных школ* (Noguchi, 2012). Письмо вызвало всеобщий шок, но, к сожалению, мнение о том, что некоторые ученики не способны освоить высшую математику, свойственно многим. Такой ограниченный и расистский подход может принимать разные формы и порой применяется с искренней заботой об учениках. Ведь многие считают, что дети готовы к изучению определенных математических тем только на определенной стадии своего развития. Но на самом деле готовность учеников зависит от накопленных ими практических знаний, а если они не готовы к изучению тех или иных тем,

* Чартерная школа — бесплатная муниципальная школа, работающая по контракту: частично она финансируется государством, а частично — за счет частных средств. *Прим. ред.*

то могут подготовиться, получив необходимый опыт и поддержку и развить мышление роста. Не существует предопределенных темпов изучения математики, поэтому нельзя утверждать, что она недоступна тем, кто не достиг какого-то уровня возрастной или эмоциональной зрелости. Могут быть не готовы разве что те, кто пока не освоил необходимые базовые понятия. Остальное сформируется в процессе обучения.

Для многих из нас понимание важности математического мышления и формирование концепции и стратегий изменения мышления учеников подразумевает более тщательный подход к собственному обучению и отношениям с математикой. Многие учителя начальной школы, с которыми я работала (некоторые из них слушали мой онлайн-курс), рассказывали, что идеи о мозге, потенциале и мышлении роста, с которыми я их познакомила, полностью изменили их жизнь. Под влиянием этих идей у них сформировалось мышление роста в отношении математики, они начали заниматься ею с уверенностью и энтузиазмом и прививать такое отношение своим ученикам. Это особенно важно для учителей начальной школы, поскольку на определенном этапе многим из них говорили, что *они* не способны освоить математику или что эта дисциплина «не для них». Многие преподаватели математики сами боятся этой дисциплины. Результаты исследований, о которых я им рассказала, помогли им избавиться от страха и встать на другой путь. В ходе важного исследования Сайен Бейлок и ее коллеги пришли к выводу о наличии зависимости между уровнем негативных эмоций, которые учителя начальной школы испытывают по отношению к математике, и уровнем успеваемости девочек из их класса, но не мальчиков (Beilock, Gunderson, Ramirez, & Levine, 2009). Вероятно, это гендерное различие объясняется тем, что девочки отождествляют себя с учительницами, особенно в начальной школе. Они быстро подхватывают негативные сигналы в отношении математики, которые учителя зачастую подают из добрых побуждений, например: «Я знаю, что это очень трудно, но давай попробуем» или «Я никогда не любила математику». Кроме того, это исследование подчеркивает связь между сигналами, которые подают учителя, и успеваемостью их учеников.

Каков бы ни был уровень вашего мышления и знаний в этой области, я надеюсь, что представленные в этой книге данные и идеи помогут вам и вашим ученикам воспринимать математику (на любом уровне) как предмет, доступный для понимания и приносящий истинное удовольствие. В главах 2–8 приведено много стратегий формирования мышления роста на занятиях математикой в школе и дома, которые я собрала за долгие годы исследований и практической работы в школах. Они помогут вам дать ученикам такой опыт изучения математики, который позволит им развить сильное *математическое мышление*.