Вступ,

в якому буде категорично не рекомендовано братися за читання цієї книжки

Перш ніж почати, я мушу перепросити. По-перше, за те, що написав книжку, яка тобі напевне не сподобається. А, по-друге, що так одразу перейшов на «ти». Бо ж ти можеш бути ким завгодно. Зарівно учнем середньої школи, як і її директором. Ба навіть професором. В кожному разі тикати негоже не лише професорам, а й узагалі будь-яким незнайомим особам.

Щоб урегулювати це етичне непорозуміння, пропоную тикати навзаєм. І на цьому завершити наше знайомство. Адже, запевняю ще раз, ця книжка не сподобається нікому.

Передовсім вона не сподобається тим, хто любить математику, бо написана для тих, хто її не любить. Але й вони не зрадіють цій книжці, що таки про математику.

Школярів вона не зацікавить, позаяк підручників їм і в школі вистачає. А вчителі справедливо обійдуть увагою книжку без грифа МОН та жодного зв'язку з програмою.

Серйозним людям книжка видасться надміру несерйозною. Водночас для легковажних у ній знайдеться забагато слів, якими не можна легковажити.

Читачі, які сумлінно прочитають увесь текст від першої до останньої літери, знайдуть у ньому щонайменше дві помилки, а хто читатиме несумлінно — й без того нічого не второпає.

Для Малої академії наук книжка виявиться не надто малого формату, у Великій же академії її взагалі не зауважать через мізерну кількість сторінок.

Літературним критикам не сподобається принципово все. Тому що їм завжди все принципово не подобається. А якщо хтось із них раптом і похвалить — це буде не критик.

В пункті прийому макулатури поставляться скептично до жалюгідної маси книжки.

Зрештою, вона не сподобається навіть мені, адже вийде не такою ідеальною, як я її собі уявляв. Що вже говорити про редактора, дизайнера та увесь колектив видавництва, якому доведеться це все вичитувати, ілюструвати, представляти загалові...

Істотним ґанджем цієї книжки є також те, що її автор не є автором анічогісінька в ній. Іншими словами, йому, тобто мені, не належить жодна з ідей, про які піде мова. Так само я не вигадав жодної з задач, які запропонував до розв'язування.

По суті, книжка є випадковою компіляцією, себто твором, що написаний на підставі чужих матеріалів. Головно — інших насправді цікавих книжок про математику, список яких розміщено наприкінці. І він аж ніяк не є вичерпним.

На цьому я щиро сподіваюся, що достатньо категорично не рекомендував приступати до читання саме цієї книжки, й ти саме так і вчиниш. А я нарешті зможу перейти до написання чогось набагато цікавішого за вступ. Точніше — до рисування, вирізання чи, в крайньому разі, клеєння.

1

розділ,

в якому математику можна буде потримати в руках

Починаючи книжку, почну з того, з чого й почав — із запитання: що таке математика?

Якось воно випадково майнуло у мене в голові. І я подумав: а чом би не написати про це книжку. Навіть якщо вона нікому не сподобається.

Проблема була лише одна: я сам не знав, що це таке. І спробував пригадати. Адже я мусив це знати. Бо добре вчив математику в школі. А потім в університеті. Проте нічого не пригадав...

Отож, я почав запитувати своїх друзів, що таке, на їхню думку, математика. Адже кожен так чи інакше мусить нею займатися принаймні 11 років, у школі.

А тепер хочу запитати і в тебе. Напиши, будь ласка, своїми словами. Якщо хочеш — олівчиком, а потім витреш. Все одно ніхто не дізнається, правильна твоя відповідь або ні.

Математика — це ____________________

Не знаю, що тобі спало на думку написати. Але спробую вгадати. Щось про числа, еге ж? Принаймні всі мої знайомі відповідали саме так.

Ти теж можеш повторити цей експеримент і запитати своїх рідних та приятелів, що таке математика. Б'юся об заклад, майже в усіх відповідях йтиметься про числа.

І це справді так. Майже. Тому перший розділ буде присвячено не числам. І не зовсім математиці.

Місяць на відстані аркуша паперу

Витягни із зошита подвійний аркуш паперу (бажано без двійок). Він вдесятеро тонший від міліметра, має формат, який називається А4, тобто 210 на 297 мм, і масу близько 5 г. Щоправда, також бувають зошити, в яких подвійний аркуш має формат В4. Але це не так важливо для того, що я пропоную зробити з ним далі.

Отже, склади аркуш навпіл.
І вдруге склади.
Так само ще.
Знову повтори.
А потім ще.
І вкотре навпіл.
Ще раз.
Ну, і далі в тій же послідовності.

Вже на двадцять третьому складанні товщина аркуша становитиме кілометр. А якщо скласти його навпіл усього 42 рази — простягнеться аж до Місяця!

В це годі повірити! І якби не було математики, ніяк не можна було б перевірити. Бо скласти аркуш А4 більше 7 разів насправді неможливо. Хоча, звісно, можеш спробувати.

Як зробила 2001 року тоді ще школярка Брітні Галліван. Вона присвятила цьому питанню ціле математичне дослідження й вивела математичну модель складання паперу, що зв'язує товщину і довжину паперу та максимально можливу для будь-якого аркуша кількість складень.

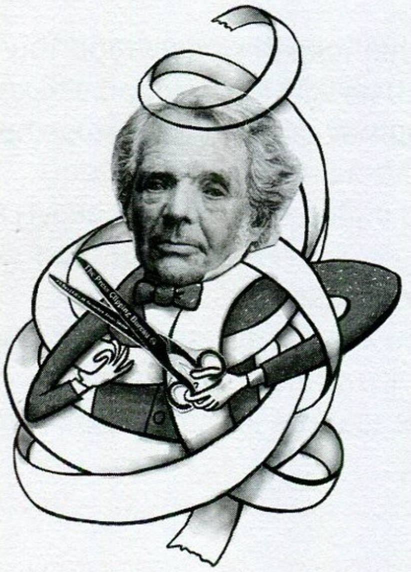
$$L = \frac{\pi t}{6}\left(2^n + 4\right)\left(2^n - 1\right),$$

де L — довжина аркуша,
t — його товщина,
π — число, про яке мова піде в третьому розділі,
n — максимальна кількість складень.

Тож на початку 2002 року Бритні перевірила свої розрахунки на практиці. Вона взяла тонкий туалетний папір завдовжки 1200 м і склала його навпіл 12 разів.

Проте це ще не найцікавіше, що можна зробити з папером за допомогою математики.

Стрічка без звороту і пляшка з іншого виміру



Август Фердинанд Мебіус (1790–1868) винаходить стрічку Мебіуса.

Скільки б разів не складати аркуш паперу, він завжди матиме два боки. Навіть якщо один з боків від нього відідрати.

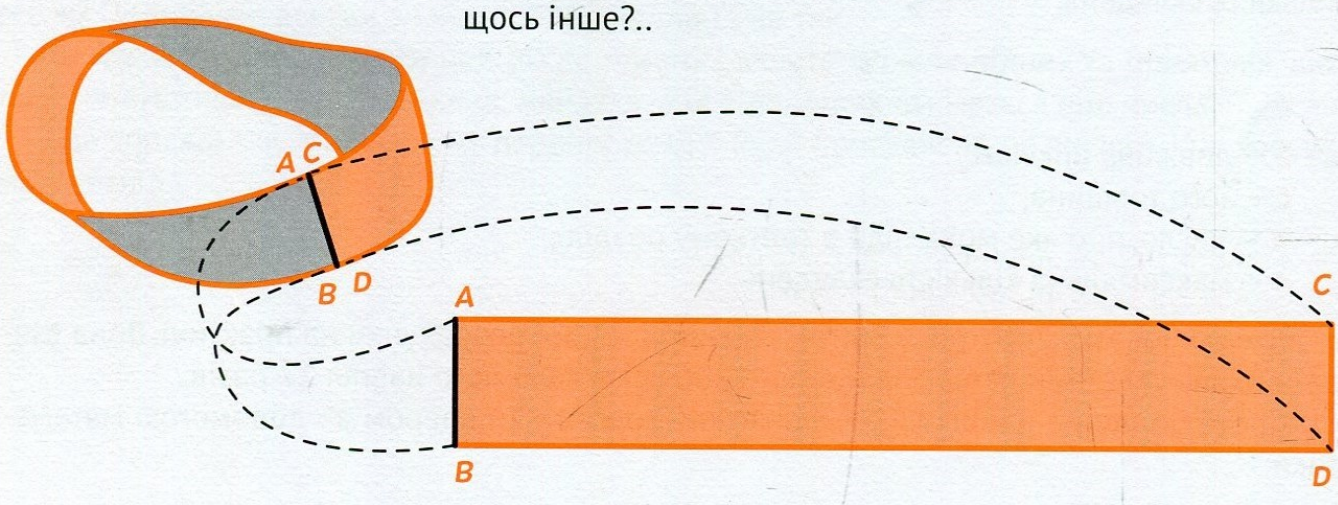
Проте створити однобічний папір, на диво, таки можливо. І досить просто.

Для цього треба знову взяти аркуш А4, В4 чи будь-який інший. І відрізати від нього смужку вздовж довшої сторони. Далі перекрутити на півоберту один її кінець та приклеїти до іншого, як показано на малюнку. Ото й всього.

У цієї паперової поверхні буде лише один бік. І один край. Переконатися в цьому легко.

Але спершу повернімося до того аркуша, від якого було відрізано смужку. Він хоч і став менше, але все ще має два боки. Це означає, що весь цей аркуш неможливо зафарбувати в інший колір, не відриваючи пензлик, олівець чи фломастер від паперу. Зафарбувати його можна лише почергово: спочатку з одного боку, а потім перейти через край і те саме повторити зі звороту.

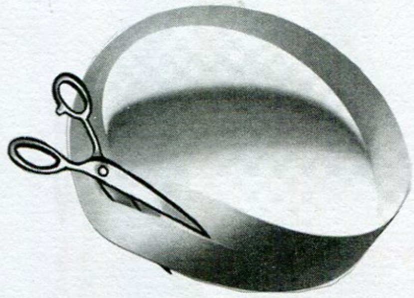
Відтак фарбуванням можна перевірити кількість боків перекрученої стрічки. І виявиться, що переходити через край, аби зафарбувати всю її поверхню, не треба. Отже, це кільце справді має лише один бік! Чи в тебе вийшло щось інше?..



Ця цікава поверхня має назву **стрічки Мебіуса**. Незалежно один від одного у 1858 році її відкрили німецькі математики Август Мебіус та Йоганн Лістинг.

Однобічність — не єдина несподіванка, якою може здивувати стрічка Мебіуса. Кілька інших пропоную тобі відкрити власноруч.

1. Розріж стрічку Мебіуса навпіл вздовж краю. Результат буде неочікуваний.
2. Те, що вийшло від розрізання в попередньому експерименті, знову повздовжно розріж посередині.
3. Зроби нову стрічку Мебіуса і розріж її ще раз уздовж краю. Тільки тепер відступи від нього не на половину, а на третину ширини.



Я зумисне не розкриваю, які штуки вийдуть з-під лез ножиць у кожному випадку. Але гарантую, що це буде геть не те, що підказує інтуїція. А якщо хочеш здивуватися ще більше — раджу перевірити, скільки боків має кожна фігура після розрізання.

Проте і це ще не всі дивовижі стрічки Мебіуса. Адже вона може... та хоч би й вивести до іншого виміру! Для цього достатньо склеїти край до краю дві стрічки.

Проблема лише за малим: це неможливо виконати в нашому тривимірному просторі. А треба вийти у четвертий вимір. І хоча невідомо, як таке здійснити в реальному світі, для світу математики це не перешкода. Як і взагалі дослідження будь-якого виміру.

Тож попри те, що насправді не можна скласти поверхню з двох стрічок Мебіуса, з'ясувати, якою вона буде, цілком реально!

Вперше її дослідив у 1882 році математик Фелікс Кляйн. І зараз вона відома під назвою пляшки Кляйна. Як і стрічка Мебіуса, ця поверхня має лише один бік. Проте без жодного краю.

Приблизне уявлення про вигляд пляшки Кляйна дає малюнок на наступній сторінці. На жаль, його виконано на двомірній площині книжки. Тому поверхня на малюнку перетинає саму себе. Тоді як справжня чотиривимірна пляшка Кляйна самоперетину не має. А це ще треба уявити нашою тривимірною уявою...

Фелікс Християн Кляйн (1849–1925) виглядає з тривимірного простору.


www.KLEINBOTTLE.COM
ZERO VOLUME MANIFOLD DISTRIBUTOR
WHERE YESTERDAY'S TOMORROW IS HERE TODAY!
Natursutten
MICHELOB BREWING CO