ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Мне с самого раннего детства нравились числа и счет. Складывать и вычитать было невероятно круто, а еще были формулы, правила и целый мир деления и умножения. Я все детство мечтал отыскать какую-нибудь волшебную книгу с разными математическими фокусами и способами, которые научили бы меня считать быстрее. Но подобной книги я так и не нашел. Не нашел я ее, даже став взрослым, — ни в Норвегии, ни в других странах. Поэтому я решил осуществить мечту всей моей жизни и написать такую книгу сам. Эта книга — для вас, если вы любите числа и игры с ними, а еще если хотите научиться решать арифметические задачи намного быстрее, чем ваши друзья, учителя математики и коллеги.

Возможно, вы уже заглянули куда-нибудь в середину моей книги и у вас волосы дыбом встали от всех этих чисел и формул. Не бойтесь — мои методы невероятно простые, хоть в это и не верится. Чтобы в совершенстве овладеть искусством быстро считать, вовсе не надо быть гением математики. Обещаю! Вам понадобятся лишь базовые арифметические правила, которым учат в начальной школе, — и ничего больше. Ну а если вам нравится, когда работает голова, то знайте: некоторые фокусы настолько легкие, что вполне позволят вам считать в уме.

Я обожал считать в уме еще в шестилетнем возрасте — эта привычка появилась, когда мы с мамой и младшей сестренкой ходили в магазин. Несколько километров маленькими шажками по довольно крутым холмам. Чтобы мы не кисли, у мамы имелись гениальные приемчики. Она придумала игру, в которой мы складывали и умножали номера домов, которые видели по дороге. Лишь взрослым я понял, что меня обманули: на самом деле мама числа вовсе не любила и просто хотела развлечь нас, пока мы шагали в горку.

Спустя 12 лет моя учительница математики, низенькая пожилая женщина в синем халате, показала мне настоящее чудо: на одном из последних занятий в средней школе она, размахивая указкой, рассказала, как с помощью квадратных уравнений можно с невероятной быстротой возводить в квадрат числа, заканчивающиеся на пять.

Я слушал разинув рот. Мы три года пользовались простейшим квадратным уравнением, решая одну скучную задачку за другой, и даже не подозревали, что с квадратным уравнением можно проделывать такие клевые штуки. Тот урок перевернул всю мою жизнь. Я будто заглянул в по-настоящему волшебный мир чисел. Сейчас, будучи взрослым, я знаю, что можно придумать и более занятные штуки — для этого надо скомбинировать все три типа квадратных уравнений, а большинство из нас с ними, к сожалению, не дружат. Фокусы, о которых я рассказываю в этой книге, научат вас быстро умножать большие числа, не прибегая к промежуточным шагам. Представляете, как ваши друзья удивятся? Несколько глав — и вы уже сможете в голове перемножать двузначные числа.

В книге вы также найдете графические методы решения примеров на умножение, а еще почти забытый способ сложения больших чисел намного быстрее, чем учат сейчас в школе. Этот способ, придуманный узником концлагеря во время Второй мировой войны, перевернул всю систему счета в швейцарских банках (задолго до изобретения калькулятора, из-за которого многие из нас совершенно утратили способность считать в уме).

Наслаждайтесь каждым фокусом в этой книге — проверяйте, тренируйтесь и придумывайте собственные примеры. Играйте, удивляйтесь и делитесь радостью с друзьями. А если вы из тех, кому хочется докопаться до самой сути и понять принцип действия этих методов, загляните на последние страницы — там вы найдете математические доказательства.

Работа над этой книгой принесла мне невероятную радость. Я наконец-то получил возможность целый день играть с числами! Но даже таким, как я, в одиночку бывает не справиться. Поэтому я безгранично благодарен Норвежской ассоциации писателей и переводчиков за грант, выделенный Фондом научно-популярной литературы. Я также благодарю главного редактора Элен Зикфельдт за ее непоколебимую веру в мою книгу, редактора Сёльви Норхейм Клаусен за ее терпеливую работу, врача Брюньяра Ландмарка, заразившего меня интересом к загадкам быстрого счета, декана Мортена Дэлена за согласие предоставить мне рекомендации, математика Арне Б. Слетшё, экономиста Эрленда Никельсена и учителя математики Свенда Эрика Кристофферсена за полезные советы и комментарии. Спасибо моей маме Юдит Фогт (благодаря ей я с детства полюбил

считать), а еще моему сыну Исаку Фогту и другим замечательным родственникам за то, что они весь 2017 год слушали мои восхищенные рассказы про математические фокусы.

Ингве Фогт,
Осло, январь 2018 г.

1

НАУЧИСЬ СЧИТАТЬ СО СКОРОСТЬЮ СВЕТА

Как получить удовольствие от этой книги

Добро пожаловать в чудесный мир быстрого счета! В этой книге великое множество забавных и малоизвестных приемов, которые научат вас считать намного быстрее, чем сейчас. Чтобы книга принесла вам как можно больше радости, я искренне советую запастись бумагой. Записывайте и проверяйте. И экспериментируйте как можно больше. Для того чтобы стать королем быстрого счета, все приведенные мной методы не понадобятся, однако познакомиться с ними все равно полезно — так вы поймете, какие вам больше всего по душе. Некоторые из методов действуют лишь в определенных условиях, но есть и универсальные, которые распространяются на любые числа. Чтобы быстрее понять принцип, в некоторых местах я помечаю числа разными цветами. Благодаря этому вы сразу же увидите, какие части числа использовать и в каком порядке.

По-моему, самая важная глава в этой книге — «Чудесный метод счета»: в ней мы учимся тому, чего нам так не хватало, — умножать намного быстрее, чем прежде. А если вы особенно въедливы, загляните в главу под названием «Как комбинировать различные математические фокусы». Да, сочетание различных методов еще сильнее разовьет наше умение быстро считать.

Каждый метод отмечен собственным цветом, так что вы с ходу поймете, какие методы применяются. Не жалейте времени и загляните в разные главы — порядок значения не имеет.

Если вы любите читать книги с конца, то вам представилась отличная возможность. Ознакомьтесь со всеми примерами и проверьте, насколько быстро вы справитесь с заданиями. Вы будете поражены. Порой вам даже станет казаться, будто вы считаете быстрее калькулятора — отчасти потому, что многие случайно набирают на калькуляторе неправильные цифры. Оцените по достоинству каждый метод и проникнитесь осознанием того, что вы — один из немногих, кто теперь на «ты» с этими фокусами. Ну а если захотите вникнуть в суть, загляните в самый конец — там вы найдете доказательства.

2

ПРОЩЕ НЕКУДА

Семь правил, которые вам понадобятся

Дорогой читатель, позвольте вас успокоить. Чтобы учиться быстрому счету по этой книге, никаких особых познаний в математике вам не понадобится. Единственное, что от вас потребуется, — это помнить несколько простейших базовых правил, которым учат еще в начальной школе. И больше ничего, обещаю! Честное слово, даже если вы не станете читать эту главу, тех правил достаточно, чтобы вы справился с остальными главами моей книги.

Итак, в основе книги лежат семь легких математических правил. Сравнить их можно с содержимым столярного ящика. Строя прекраснейшие дома, плотник пользуется лишь пилой и топором. Вот и вам понадобится всего несколько математических инструментов, чтобы стать мастером быстрого счета. Некоторые из этих инструментов такие простые, что вы, возможно, сочтете лишним их упоминать. Но я все равно расскажу о них — во-первых, потому что они важные, а во-вторых, потому что они простые и лишний раз порадуют вас.

ПРАВИЛО 1

Первое правило на удивление простое. Порядок чисел при умножении роли не играет:

$$a \times b = b \times a$$

Если буквы вам не по душе, могу продемонстрировать то же самое на простейшем цифровом примере.

3×7 даст тот же результат, что 7×3. Итак, то, в каком порядке перемножать числа, совершенно не важно.

ПРАВИЛО 2

Второе правило тоже манна небесная для тех, кто пребывает в заблуждении и считает математику сложной.

Порядок чисел при сложении роли не играет.

$$a + b = b + a$$

И вот вам пример: $2 + 3$ дадут в результате то же число, что и $3 + 2$.

ПРАВИЛО 3

Квадрат определенного числа выглядит следующим образом: $a \times a = a^2$.

Обратите внимание на крошечную цифру 2 над последней «a» — читая эту книгу, вы успеете близко с ней познакомиться. Математики называют такие цифры степенями.

Вот еще пример: 3×3 можно обозначить как 3^2.

Разумеется, отрицательные числа тоже можно возводить в квадрат:

$$(-a) \times (-a) = (-a)^2 = a^2$$

Например: $(-3) \times (-3)$ соответствует $(-3)^2$.

А вот это невероятно красиво:

$(-3)^2$ дает тот же результат, что и 3^2.

ПРАВИЛО 4

На квадратные корни тоже приятно посмотреть:

$$\sqrt{a^2} = a$$

Это означает, что если извлечь квадратный корень из возведенного в квадрат числа, то это же число и получится.

На языке цифр это выглядит вот так:

$$\sqrt{3^2} = 3$$

$$\sqrt{8^2} = 8$$

ПРАВИЛО 5

Когда надо умножать отрицательные числа, многие впадают в ступор. Если вас это тоже касается, то быстрому счету вам придется учиться долго.

Одно из важнейших правил звучит так: минус на минус дает плюс.

$$(-x) \times (-y) = x \times y$$

Примеры:

$$(-2) \times (-3) = 2 \times 3 = 6$$

$$(-4) \times (-5) = 4 \times 5 = 20$$

А вот если минус умножить на плюс, то получится, наоборот, минус:

$$(-x) \times y = -(x \times y)$$

Примеры:

$$(-2) \times 3 = -(2 \times 3) = -6$$

$$4 \times (-5) = -(4 \times 5) = -20$$

Запомним это — минус на минус и минус на плюс, и тогда все минусы математики превратятся для вас в плюсы!

ПРАВИЛО 6

Если хотите понять доказательства приведенных в этой книге методов, придется научиться разлагать числовые выражения на множители и раскрывать скобки:

$$a(b + c) = ab + ac$$

$$(a + c)(b + d) = ab + ad + cb + cd$$

Вот и все — больше про разложение на множители знать нам ничего не понадобится.

ПРАВИЛО 7

Некоторые методы быстрого счета в этой книге основаны на трех видах квадратичных тождеств, которые включены в стандартную школьную программу. Все они — особые случаи правила 6:

$$(a + c)(b + d) = ab + ad + cb + cd$$

Квадратичное тождество первого типа:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Квадратичное тождество второго типа:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Квадратичное тождество третьего типа:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

С этими семью правилами в готовальне у вас есть все шансы стать чемпионами быстрого счета. Ну что ж, пора отправляться завоевывать мир! Удачи и успехов!

3

ХОДЯЧИЙ КАЛЬКУЛЯТОР

Чемпион мира по быстрому счету

В начальной школе я терпеть не мог спорт, зато мечтал стать чемпионом мира по решению в уме всяких математических примеров. Поэтому мне казалось ужасно несправедливым, что школьные спортсмены то и дело выступали на разных соревнованиях, ведь соревнований по математике просто не существовало. Сейчас-то я понимаю, что мое мнение о собственных математических способностях было необоснованно завышенным, я жил в мечтах: хотя считал я и правда довольно быстро, а числа так просто обожал, моих способностей не хватало, если числа в примерах были больше приведенных в таблице умножения. Впрочем, об этом никто не догадывался. Слухи о моих феноменальных математических способностях разлетались со скоростью света и с действительностью ничего общего не имели. Никогда не забуду, как мама одного из моих одноклассников на глазах у всего класса погладила меня по голове и выразила свое восхищение: еще бы, ведь я умею в уме перемножать многозначные числа. Мне тогда было девять лет. А еще мама моего одноклассника слышала, будто я умею и миллионы перемножать. Все это было неправдой, но стеснительность помешала мне опровергнуть слухи. Я смотрел на эту женщину и вспоминал, как однажды, будучи первоклашкой, возвращался из школы домой и был пойман шестиклассниками, которые потребовали сделать за них домашку по математике. Они крепко держали меня (впрочем, особых усилий от них не требовалось — я был самым мелким во всей школе) и, пока я не решил все задачки, не отпускали.

Задачки у них оказались очень простыми. В одной я нарочно допустил ошибку — хотел проверить, заметят ли они, но они, к моей великой радости, ничего не заподозрили. Легенда о моем таланте вдребезги разлетелась в шестом классе, когда отец отвел меня к университетскому профессору, предварительно рассказав ему о моих невероятных успехах. Профессор дал мне несколько примеров и выглядел довольно-таки разочарованным, когда я ошибся в первом же из них. Именно в тот момент я понял, что лучше всего считаю в спокойной обстановке и наилучшее впечатление произвожу на тех, кто сам с математикой не дружит.

В уме быстрее всех в мире считает американец по имени Скотт Фленсбург, и для него обстановка никакого значения не имеет. Его часто приглашают на знаменитые ток-шоу, а звезда американских телеэкранов Реджис Филбин назвал Фленсбурга живым калькулятором. Скотт Фленсбург посчитает в голове быстрее, чем мы успеем посчитать на калькуляторе. 27 апреля 2000 г. он попал в Книгу рекордов Гиннесса, потому что за 15 секунд наибольшее количество раз прибавил случайно выбранное двузначное число. Ему досталось число 38, и за это ничтожно короткое время он успел прибавить его 36 раз и выдать ответы: 38, 76, 114, 152, 190, 228 и так далее до 1368. Это означает, что одной секунды ему хватало, чтобы прибавить число 38 два раза. Мягко говоря, потрясающе. Попробуйте сами! Так быстро считать еще никому не удавалось!

Как сказал, демонстрируя по телевизору свой рекорд, он сам, «встроенный в мозг калькулятор — это щедрый подарок, вот только слова мешают». Дело в том, что считает Фленсбург быстрее, чем успевает произнести ответ, хотя говорит тоже не медленно. Это несоответствие скорости работы мозга темпу речи можно сравнить с супербыстрым компьютером, подключенным к постоянно зависающему принтеру.

С такой же скоростью Скотт Фленсбург умножает и делит числа. Мы еще и калькулятор не успеем включить, а он уже извлечет квадратный и кубический корень и с той же скоростью выдаст ответ, даже если в нем имеются дроби. «Я не атлет, я матлет», — повторяет он словно мантру. Если имена великих спортсменов — Златана, Роналду и Болта — знакомы каждому, то матлеты не известны никому. А ведь как чудесно было бы узнать о них в детстве!

Фленсбург утверждает, что в голову каждого из нас встроен калькулятор. Он размером с виноградину, и его можно натренировать. Чем он больше, тем лучше ты считаешь. Вот только в нашем обществе быть плохим математиком не предосудительно, и поэтому Фленсбург решил посвятить свою жизнь тем, кто любит числа, и помочь тем, кто не питает к числам особенно теплых чувств, понять, насколько занятная штука счет. Приезжая в школы в самых разных уголках мира, Скотт Фленсбург просит учеников придумывать для него примеры.

Школьники при этом уже держат наготове калькуляторы. Они еще и кнопки нажать не успевают, когда у матлета, к бесконечному восторгу зрителей, уже готов ответ. «Калькулятор начинает с нуля. И мой мозг тоже. Я всегда начинаю с нуля и забываю о прошлом и будущем». Фленсбург обнаружил свой калькулятор совершенно случайно и благодарит за это своего потрясающего школьного учителя математики. В девятилетнем возрасте он придумал способ складывать числа быстрее, чем учитель, — Фленсбург складывал числа в любом порядке, и получалось у него это невероятно быстро. Именно тогда он и понял, что представляет собой своеобразный человеческий калькулятор. С тех пор этот метод стал его коньком. Сами представьте: вам надо сложить четыре двузначных числа — 13, 14, 16 и 17. Большинство из нас начнут с того, что сперва сложат единицы, а следом — десятки. По мнению Скотта Фленсбурга, это наихудший метод, потому что ответ можно прикинуть не сразу. «Это же совершенно нелогично. Ведь читать-то мы учимся слева направо, однако математические примеры нас учат решать справа налево. На самом деле следовало бы и считать тоже слева направо». Его совет таков: первым делом складывайте десятки, и тогда вы сразу же узнаете примерную итоговую сумму.

Одна из самых интересных математических игр, в которую Фленсбург играет со школьниками во время своих многочисленных турне, — привести любой пример к числу 9. Возьмем любое случайное число, например 28, сложим составляющие его цифры и вычтем их сумму из самого числа: $2 + 8 = 10$ и $28 - 10 = 18$. Проделаем то же самое с получившимся числом: $18 - (1 + 8) = 9$.

Не важно, с какого числа начинать и большое ли оно — в итоге все равно получится 9.

Скотт Фленсбург не только придумывает математические игры для школьников — он также помогает студентам и их родителям преодолеть страх перед математикой. Скотт уверен: возможность хорошо считать и завести у себя в голове собственный калькулятор есть у каждого. В 2014 г. этот математический гений в четвертый раз посетил Норвегию, где выступил перед 20 000 учеников и учителей. Его цель — встретиться со всеми девятилетками в мире и объяснить им, что математика — это не зубрежка, а часть нашего естественного человеческого языка. Как он сам пишет в книге «Волшебство математики» (Math Magic), «мир вокруг нас полон чисел. Тот, кто не понимает числа, ограничен так же, как и тот, кто не умеет читать». Скотт Фленсбург старается развеять миф о том, что математика доступна только ученым. Он полагает, что некоторые техники быстрого счета способны изменить наше понимание чисел, так что страх перед числами сменится восхищением. Хотя сейчас Фленсбург считает быстрее всех в мире, техники быстрого счета разрабатываются уже на протяжении нескольких тысячелетий. В следующей главе я расскажу о том, как люди в разные эпохи записывали числа (а порой эти способы очень отличаются от современных) и использовали их в вычислениях. Это намного интереснее детективных романов, поэтому быстрее перелистывайте страницу и переходите к следующей главе.

4

ТЫСЯЧЕЛЕТНЯЯ ИСТОРИЯ ЧИСЕЛ ЗА ДВЕ МИНУТЫ

И еще парочка невероятных фактов

Эту книгу следовало бы написать задолго до изобретения калькулятора и других вычислительных машин, то есть пока они не испортили нашего отношения к числам. Но утешает тот факт, что эту книгу невозможно было написать до появления нашей системы счисления.

Лишь совсем немногие понимают, что наша система счисления — одно из самых полезных изобретений человечества за всю его историю. При помощи простых символов 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9 можно записать какое хочешь число — до бесконечности. А кроме того, они помогают нам решать любые задачи.

Самое гениальное заключается в том, что величина каждой цифры не является понятием постоянным, а зависит от ее позиции по отношению к другим цифрам. Возьмем число 222: цифра справа обозначает количество единиц, цифра посредине — число десятков, а цифра слева — сотен. Среди ученых это называется позиционной нумерацией.

Для многих из нас такая система — нечто само собой разумеющееся, и нам кажется, будто появилась она вместе с человечеством, однако системы счисления не всегда были такими, как сейчас. Впрочем, люди научились считать за десять тысяч лет до того, как у нас в Норвегии растаяли ледники.

Числа и счет были изобретены для того, чтобы решать практические задачи. Когда числа только появились, считать можно было, даже не зная их. Один из наиболее древних примеров того — археологические находки, сделанные в 1937 г. в пещере в Дольни-Вестонице (бывшая Чехословакия). На лучевой кости волка археологи обнаружили 55 насечек, сгруппированных по пять. Согласно теории Жоржа Ифры, французско-марокканского ученого и автора книги «Всемирная история чисел» (Histoire Universelle des Chiffres), охотник наносил насечку на кость каждый раз, когда убивал какого-то зверя. Возможно, убивая волков, медведей и оленей, охотник делал насечки на различных костях. Этот метод используется и по сей день, разница лишь в том, что мы заменили заостренный камешек и кость бумагой и ручкой. Представьте, что вы работаете в лотерейном комитете и ваша задача — проверить, честно ли действуют различные компании, проводящие лотерею. При каждом броске кубика вы делаете отметку. Чтобы не запутаться, при каждом пятом броске вы рисуете черточку над четырьмя предыдущими. Таким образом вы получаете более наглядное представление о том, как распределяются броски.

Еще можно представить фермера, разводящего овец. Со счетом он не очень дружит, поэтому, подсчитывая овец, тоже прибегает к такой системе черточек. Выпуская овцу пастись, он делает насечку на кости, а вечером, загоняя овец, сопоставляет количество насечек с числом вернувшихся овец.

Некоторые первобытные народности обходились вообще без счета. Это доказывает их язык. В отдельных первобытных языках слова, обозначающие количество, ограничиваются тремя — «один», «два» и «много». Число три обозначается как «два плюс один», а все, что больше четырех, называется «много». Иногда такие огромные числа получают название «тьма».

Числа были особенно важны для успешного функционирования человеческого общества. Пример — торговцы, которым необходимо было вести учет товара и назначать цену. В древнем государстве Элам, располагавшемся на территории современного Ирана, мудрецы придумали простую, но очень удобную вычислительную систему. Палочка стала символом единицы, шарик символизировал десятку, а мячик — сотню.

В большинстве культур, в том числе и в нашей, пользуются десятичной системой, то есть состоящей из десяти различных цифр. Мы редко задумываемся, почему сложилось именно так, но ответ поразительно прост: на каждой руке у нас по пять пальцев, а всего их десять. При помощи пальцев люди в свое время и начали считать. А в таком случае что может быть логичнее, чем десятичная система?

Если же вам кажется, будто наша десятичная система — единственная, то вы заблуждаетесь. Ее изобретали много раз, причем в самых разных уголках земного шара (например, евреи, персы, монголы, тибетцы, инки и римляне).

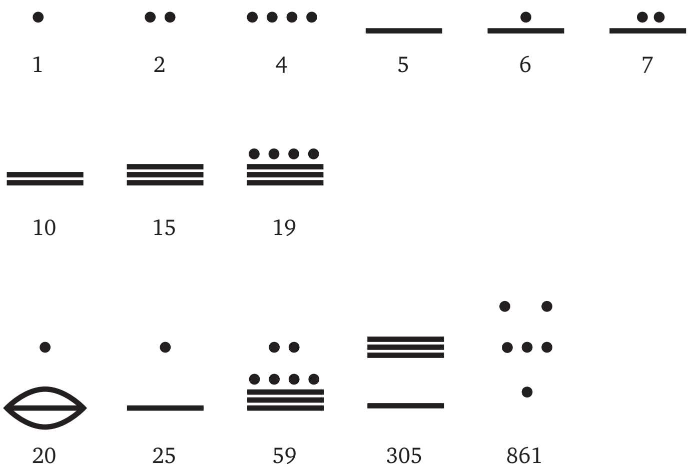
До появления нашей позиционной нумерации одной из наиболее известных систем была римская — ее по-прежнему используют для нумерации столетий. Хотя римские цифры выглядят странновато, эта система относится к простым. Математики называют ее аддитивной, и это означает, что цифры, стоящие рядом, нужно складывать. Положение каждого символа не влияет на его значение. Вертикальная палочка (I) = 1, две вертикальные палочки (II) = 2, а три вертикальные палочки (III) = 3. Если палочек станет чересчур много, легко запутаться, поэтому римляне ввели следующие символы: V = 5, X = 10, L = 50, C = 100, D = 500, а M = 1000. Так же как и при подсчете единиц, можно подсчитать количество десяток, сотен и тысяч. Значит, XXX = 30, а MMM = 3000. И все же римляне придумали одну хитрость. Чтобы сократить количество символов, они составили правило, позволяющее вычитать меньшее число из большего, если меньшее находится перед большим. Поэтому число 4 обозначается как IV (5 − 1), а число 9 — как IX (10 − 1). Получается, что XIV значит 14 (10 + 5 − 1), а XXXIV — 34 (10 + 10 + 10 + 5 − 1).

Если человек родился в 1973 г., то его год рождения можно записать так: MCMLXXIII (1000 + 1000 − 100 + + 50 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1).

Как мы видим, для вычислений эта система не особенно удобна. Попробуйте-ка умножить XIX на VIII. Ну и как успехи? Зато складывать римские цифры немного проще. Давайте сложим CCCLII и CCXIII. Сначала надо сгруппировать все одинаковые символы. Получится CCCCCLXIIIII. А теперь чуть-чуть упростим. CCCCC = D, а IIIII = V. Значит, CCCLII + CCXIII = DLXV.

Используя правила сложения, римляне не учитывали правило, согласно которому меньшее число перед большим предполагало вычитание. Чтобы правило срабатывало, такие числа, как 9, приходилось записывать не как IX, а как VIIII.

Не все культуры прибегали к десятичной системе счисления. Кто-то предпочитал двадцатеричную — видимо, руководствуясь тем, что у людей десять пальцев на руках и десять на ногах, то есть всего двадцать. Хороший пример — народ майя, который постигла печальная судьба после открытия европейцами Америки в 1492 г.



Сложные числа. Майянская система счисления

Их система счисления просто потрясающая, но применять ее тоже, скорее всего, было непросто. Начало простое: одна точка обозначает 1, две точки — 2, а четыре — 4. Число 5 обозначается горизонтальной чертой. Пока все просто и легко. Далее точки располагаются над чертой: 6 представляет собой черту с точкой над ней (5 + 1), а 7 — черту с двумя точками (5 + 2).

Число 10 представляет собой две горизонтальные линии, расположенные друг над другом (5 + 5). 15 — три горизонтальные линии (5 + 5 + 5), а 19 — четыре точки над тремя горизонтальными линиями (5 + 5 + 5 + 4). А вот отсюда начинается веселье! Числа от 20 записываются в два ряда. В верхнем ряду подсчитывается количество двадцаток, а в нижнем — количество единиц. Чтобы написать число 20, поставьте точку в верхнем ряду (это будет означать 1 × 20). Нижняя линия обводится так, чтобы получился майянский символ нуля (он похож на эллипс или на мяч для американского футбола). Что ж, продолжим. 25 выглядит как точка сверху, что означает 1 × 20, и горизонтальная линия снизу, которая, как мы помним, означает 5. Число 59 записывается как две точки сверху (2 × 20 = 40) и четыре точки снизу над тремя горизонтальными линиями (3 × 5 + 4 = 19). Как может заметить наблюдательный читатель, 40 плюс 19 равно 59.

Число 305 записывается тремя расположенными друг над другом линиями в верхнем ряду, потому что каждая из линий — это 5, а значит, в сумме они составляют 15. Так как находятся они сверху, нам надо умножить 15 на 20 — так мы получим 300. В нижнем ряду нам надо нарисовать линию, которая соответствует числу 5. В сумме мы получаем 305.

Сейчас все будет еще веселее! Числа больше 400 записываются в три ряда! Допустим, нам надо записать 861. В нижнем ряду ставим точку, которая обозначает единицу. В среднем ряду (там, где у нас двадцатки) ставим три точки, что значит $3 \times 20 = 60$. В верхнем ряду ставим две точки, и это значит $2 \times 20 \times 20 = 800$.

Поняли принцип? С каждым рядом число увеличивается в 20 раз.

А чтобы сделать все еще сложнее, майя разработали две версии системы счисления — одну для практического использования, а другую для религиозных и астрономических вычислений. Та, которую мы описали выше, — для практического применения. В версии для религиозных и астрономических вычислений цифры в третьем ряду умножались не на 20, а на 18. Такая система более точно соответствовала астрономическому циклу и позволяла предсказывать настроение богов.

В Месопотамии, которую еще называют колыбелью цивилизации, использовалась шестидесятеричная система счисления. Основным числом здесь было 60, а не 10, как в нашей системе. Число 89 записывалось как (1)(29), что означает $1 \times 60 + 29 = 89$. А число 4568 записывалось так: (1)(16)(8), то есть $1 \times 60 \times 60 + 16 \times 60 + 8 = 4568$.

Удивительно, но пережитки шестидесятеричной системы существуют и в современном обществе. Вспомним часы — час делится на 60 минут, а минута — на 60 секунд.

Шестидесятеричная система — не самая простая в мире. Представьте, как выглядела у майя таблица умножения. Если уж нашу таблицу умножения с десятью числами вызубрить непросто, то представьте, каково было заучивать таблицу умножения в шестидесятеричной системе. Вот это по-настоящему нелегко! Поэтому мозгу намного проще пользоваться десятичной системой, а не двадцатеричной или шестидесятеричной.

Однако удобнее всего двенадцатеричная система — она представляет собой упрощенный вариант шестидесятеричной. Раньше число 12 называлось дюжиной, а 12 дюжин — гроссом. Число 12 удобно тем, что оно кратно множеству других чисел (2, 3, 4 и 6), в отличие от 10 (кратно 2 и 5). На практике это означает, что 1/3 будет работать лучше в двенадцатеричной системе, чем в современной десятичной.

Если бы люди были в родстве с птицами, то мы, по всей видимости, выбрали бы восьмеричную систему, потому что тогда у нас было бы всего восемь пальцев. Восьмеричная система состоит из восьми чисел: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7, а значит, далее следуют 10 (8 в десятичной системе), 11 (9 в десятичной системе) и так далее. Если продолжать в том же духе, то мы увидим, что числу 16 в десятичной системе соответствует число 20 в восьмеричной. Попробуйте сами! Это очень забавно, и играть в такую игру можно с друзьями. С восьмеричной системой у нас было бы меньше сложностей на заре компьютеризации.

Компьютер запоминает информацию благодаря комбинациям нулей и единиц. Других цифр для него не существует. Это означает, что компьютер пользуется двоичной системой. Если бы человечество применяло восьмеричную систему, для того, чтобы представить одну цифру, достаточно было бы комбинации из трех нулей и единиц. Число 0 можно было бы представить как 000, число 1 — как 001, число 2 — как 010. Если еще немного поразмыслить, выходит, что число 7 было бы представлено как 111. К сожалению, люди оказались менее дальновидными. Десятичная система предполагает, что одно число будет представлено комбинацией из четырех нулей и един иц. На первый взгляд, разница невелика — подумаешь, четыре цифры вместо трех, однако на заре компьютеризации, когда внутренняя память была дорогим удовольствием, восьмеричная система значительно удешевила бы процесс.

Современную систему счисления можно во многих отношениях сравнить с изобретением алфавита. Финикийцы заимствовали свой алфавит у семитских народов Синайского полуострова, которые в свою очередь взяли за основу египетские иероглифы. Иероглифы представляют собой сочетание символов и 24 согласных. В основе еврейского и арабского алфавитов лежит финикийская письменность.

Поразительно, что в еврейском алфавите, как и в греческом, каждая буква имеет свое числовое значение. Если сложить числовые значения букв в слове «Яхве», то есть «Бог» (יהוה), получится 26 — число, ставшее для иудеев священным.

Как говорится во вступлении к этой главе, наша система счисления — позиционная. Значение цифры в ней определяется ее позицией в числе. До такого гениального изобретения люди умудрились додуматься всего четыре раза за всю свою историю. Первый раз это произошло в Вавилоне в начале второго тысячелетия до нашей эры, во второй — в Китае незадолго до начала нашей эры, в третий раз эта система появилась в майянской культуре в период между IV и IX в., а в четвертый ее открыли индийские математики.

Но самое великое открытие сделали в Индии. Именно там было изобретено число ноль в том виде, в каком мы знакомы с ним сегодня. Ноль обозначает отсутствие числа. Ни вавилонцы, ни майя воспользоваться нолем не смогли. Вавилонцы никогда не считали ноль числом, а майя не смогли правильно использовать ноль из-за сложности трехуровневой системы. Китайцы стали применять ноль с подачи индусов, которых нам остается лишь поблагодарить за это изобретение. Спасибо тебе, Индия! И еще одна огромная благодарность — арабам, ведь именно они донесли до нас изобретенный индусами ноль. Переход к современной системе счисления занял несколько сотен лет. За это время внешний вид цифр изменился.

В Европе арабские цифры вызвали смешанные чувства. Некоторые европейские математики воспротивились и даже называли пришедшие из арабского мира цифры дьявольским изобретением. Неудивительно, что европейским ученым приходилось в то время нелегко.

Древние египтяне тоже пользовались десятичной системой, но она была не позиционной, различные числа обозначались иероглифами, а способы умножения и деления вызывают восхищение и по сей день.

Для умножения египтяне записывали числа в две колонки. В первой колонке числа начинаются с единицы и удваиваются до тех пор, пока число не приблизится к одному из умножаемых чисел. Во второй колонке записывается второй множитель, который затем с каждой строчкой удваивается.

Допустим, нам надо умножить 38 на 17.

1	17
2	34
4	68
8	136
16	272
32	544

Следующий шаг — найти в левой колонке числа, которые в сумме дают 38.

$$32 + 4 + 2 = 38$$

Теперь надо сложить числа в правой колонке напротив чисел 32, 4 и 2.

$$544 + 68 + 34 = 646$$

Ну вот — мы с вами умножили числа так, как это было принято в эпоху фараонов: 38 умножить на 17 равно 646.

Деление осуществляется почти по тому же принципу, разве что немного сложнее.

Допустим, нам надо разделить 646 на 17.

Действовать будем так же, как и при умножении. В левой колонке начнем с 1 и будем удваивать числа.