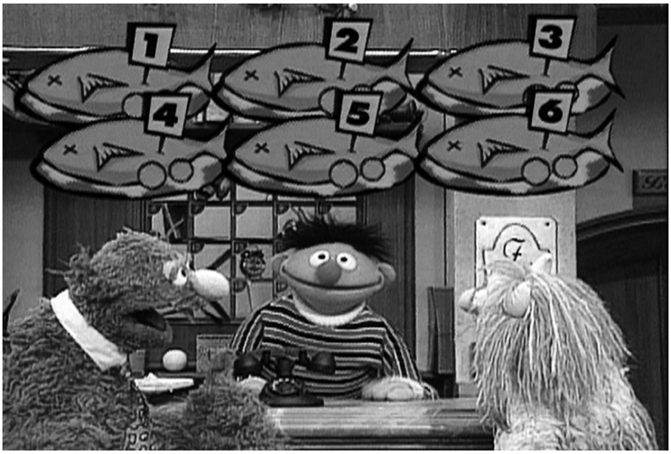
Основы чисел: сложение рыбок 1

Лучшую демонстрацию концепции чисел, которую я когда-либо видел (самое ясное и забавное объяснение того, что такое числа и зачем они нам нужны), я наблюдал в одном из выпусков популярной детской передачи «Улица Сезам», который называется «123: считаем вместе» (123 Counter with Me). Хамфри, добродушный, но недалекий персонаж с розовой шерсткой и зеленым носом, работающий в отеле «Мохнатые лапы», в обеденное время принимает по телефону заказ от пингвинов-постояльцев. Внимательно их выслушав, Хамфри передает заказ на кухню: «Рыбка, рыбка, рыбка, рыбка, рыбка, рыбка». Увиденное побуждает Эрни рассказать Хамфри о достоинствах числа шесть.



Дети узнают, что числа — великолепный инструмент, который позволяет получить нужное количество порций быстрее. Вместо того чтобы повторять слово «рыбка» столько раз, сколько пингвинов в комнате, Хамфри может использовать более эффективный способ — посчитать и сразу назвать число шесть.

Впрочем, став старше, мы начинаем замечать у чисел и слабые стороны. Да, они прекрасно экономят время, но немалой платой за это становится их абстрактность. Число шесть более эфемерно, чем «шесть рыбок» — именно потому, что оно универсально. Шесть может быть чего угодно: шесть тарелок, шесть пингвинов, шесть раз произнесенное слово «рыбка». Число создает некую неявную общность между приведенными примерами.

Рассматриваемые таким образом числа начинают казаться мистическими. Они, очевидно, существуют в некоем идеальном мире Платона, где-то над действительностью, и в этом смысле больше походят на другие возвышенные понятия (например, истина и справедливость) и меньше — на обычные объекты повседневной жизни. Чем активнее вы о них думаете, тем дальше они удаляются от реальности. Как появились числа? Изобрели ли их люди? Или лишь обнаружили?

Еще один нюанс заключается в том, что числа (как и все математические идеи) живут своей жизнью[1]. Они нам неподвластны, хотя и присутствуют в наших умах. Даже определив, что мы под ними понимаем, мы не можем предсказать, как они себя поведут. Они подчиняются определенным законам и имеют определенные свойства, индивидуальные особенности и способы объединения друг с другом, и мы ничего не в силах с этим поделать, кроме как наблюдать и пытаться понять. В этом смысле они похожи на атомы и звезды: объекты, которые также существуют по своим (неподконтрольным нам) законам и находятся вне зоны нашего сознания.

Эта двойственная природа чисел — принадлежность к небесам и земным делам, — возможно, их самая парадоксальная черта и особенность, которая делает их настолько полезными. Это то, что имел в виду физик Юджин Вигнер, когда писал о *неблагоразумной эффективности математики в естественных науках*[2].

Для того чтобы прояснить, что я имею в виду под жизнью чисел и их поведением, которое мы не можем контролировать, давайте вернемся в отель «Мохнатые лапы». Предположим, что Хамфри как раз собрался передать заказ, но тут ему неожиданно позвонили пингвины из другого номера и тоже попросили такое же количество рыбы. Сколько раз Хамфри должен прокричать слово «рыбка» после получения двух заказов? Если бы он ничего не узнал о числах, то ему пришлось бы кричать столько раз, сколько всего пингвинов в обеих комнатах. Или, используя числа, он мог объяснить повару, что ему нужно шесть рыбок для одного номера и шесть для другого. Но то, что ему действительно необходимо, представляет собой новую концепцию — сложение. Как только он его освоит, он с гордостью скажет, что ему нужно шесть плюс шесть (или, если он позер, двенадцать) рыбок.

Это такой же творческий процесс, как и тот, когда мы только придумывали числа. Так же как числа упрощают подсчет по сравнению с перечислением по одному, сложение упрощает вычисление любой суммы. При этом тот, кто производит подсчет, развивается как математик. По-научному эту мысль можно сформулировать так: использование правильных абстракций приводит к более глубокому проникновению в суть вопроса и большему могуществу при его решении.

Вскоре, возможно, даже Хамфри поймет, что теперь он всегда может производить подсчет.

Однако, несмотря на столь бесконечную перспективу, наше творчество всегда имеет какие-то ограничения. Мы можем решить, что подразумеваем под 6 и +, но как только это сделаем, результаты выражений, подобных 6 + 6, окажутся вне нашего контроля. Здесь логика не оставит нам выбора. В этом смысле математика всегда включает в себя как изобретение, *так и* открытие: мы *изобретаем* концепции, но *открываем* их последствия. Как станет ясно из следующих глав, в математике наша свобода заключается в возможности задавать вопросы и настойчиво искать на них ответы, однако не изобретая их самостоятельно.