

Зміст

ПЕРЕДМОВА ДО 20-РІЧЧЯ ГЕБ	9
ОГЛЯД	42
СЛОВА ПОДЯКИ	53
ЧАСТИНА ПЕРША	
Вступ. МУЗИЧНА ПОСВЯТА Й ЗАДАЧА НА ЛОГІКУ	59
<i>Винахід у трьох частинах</i>	91
Розділ I. ГОЛОВОЛОМКА МУ	96
<i>Двоголосна інвенція, або Що Черепаха мовила</i> <i>Аліллесові за Льюїсом Керролом</i>	109
Розділ II. ЗМІСТ І ФОРМА У МАТЕМАТИЦІ	114
<i>Соната для Ахіллеса без супроводу</i>	134
Розділ III. РИСУНОК І ТЛО	137
<i>Контраакровіршпункт</i>	151
Розділ IV. НЕСУПЕРЕЧЛИВІСТЬ, ПОВНОТА І ГЕОМЕТРІЯ	159
<i>Маленький гармонійний лабіринт</i>	187
Розділ V. РЕКУРСИВНІ СТРУКТУРИ І ПРОЦЕСИ	216
<i>Канон з інтервальним подовженням</i>	249
Розділ VI. РОЗТАШУВАННЯ ЗНАЧЕННЯ	255
<i>Хроматична фантазія і спадкова ворожнеча</i>	280
Розділ VII. ЧИСЛЕННЯ ВИСЛОВЛЕНЬ	285
<i>Краб'ячий канон</i>	309
Розділ VIII. ТИПОГРАФСЬКА ТЕОРІЯ ЧИСЕЛ	314
<i>Приношення МУ</i>	349
Розділ IX. МУМОН І ГЕДЕЛЬ	368

ЧАСТИНА ДРУГА

Прелюдія...	404
Розділ X. РІВНІ ОПИСУ ТА КОМП'ЮТЕРНІ СИСТЕМИ	416
... та (мурашина) fuga	450
РОЗДІЛ XI. МІЗКИ І ДУМКИ	485
Англійсько-французько-німецька сюїта	525
РОЗДІЛ XII. РОЗУМИ Й ДУМКИ	529
Арія з різноманітними варіаціями	560
РОЗДІЛ XIII. BLOOP І FLOOR, А ЩЕ І GLOOP	579
Арія у тональності соль	611
РОЗДІЛ XIV. ПРО ФОРМАЛЬНО НЕВИРІШЕНІ ПРОПОЗИЦІЇ У ТТЧ І СИСТЕМАХ, ПОВ'ЯЗАНИХ ІЗ НЕЮ	620
Кантата-та-та... до Дня народження	648
РОЗДІЛ XV. СТИБОК ЗА МЕЖІ СИСТЕМИ	653
Роздуми-напучування курця тютюну	673
РОЗДІЛ XVI. АВТОРЕФ ТА АВТОРЕП	691
А й справді магніфікраб	757
РОЗДІЛ XVII. ЧЕРЧ, ТЮРІНГ, ТАРСЬКИЙ ТА ІНШІ	770
SHRDLU, іграшка, створена згідно з людським задумом	805
РОЗДІЛ XVIII. ШТУЧНИЙ ІНТЕЛЕКТ: РЕТРОСПЕКТИВА	815
Контрафактус	871
РОЗДІЛ XIX. ШТУЧНИЙ ІНТЕЛЕКТ: ПЕРСПЕКТИВИ	883
Канон Лінивця	938
РОЗДІЛ XX. ДИВНІ ПЕТЛІ ЧИ ЗАПЛУТАНІ ІЄРАРХІЇ	942
Шестиголосний ричекар	989
БІБЛІОГРАФІЯ	1018

ПЕРЕДМОВА ДО 20-РІЧЧЯ ГЕБ

Що ж це за книга така — «Гедель, Ешер, Бах. Вічне золоте плетиво», яку зазвичай позначають аббревіатурою «ГЕБ» (*GEB*) — насправді все це про що?

Це запитання не йде мені з думки відтоді, як я далекого 1973 р. власноруч робив перші нариси цієї книги. Друзі, звісно, запитували в мене, що саме становить предмет моїх натхнених зусиль, але мені було важко стисло відповісти на їхні запитання. Кілька років потому, 1980-го, коли *ГЕБ* на деякий час потрапив до списку бестселерів *The New York Times*, кожному з яких ця газета неодмінно присвячує резюме з одного речення, про мою книгу в такому резюме було сказано: «Учений стверджує, що реальність є системою кіс, сполучених одна з одною». Після того як я висловив палке обурення такою цілковитою нісенітницею, цей опис зрештою замінили трохи ліпшим — мінімально, аби припинити мої заяви про спотворення ідей цієї книги.

Багато хто вважає, що сама назва *ГЕБ* повністю описує її: це текст про математика, художника й музиканта. Та навіть у разі поверхневого читання цієї книги не можна не помітити, що ці троє людей *per se*^{*}, попри те що вони, без сумніву, є визначними постатями, виконують лише ролі крихітних інгредієнтів у моїй літературній страві. Отже, аж ніяк не можна сказати, що книгу написано про цих трьох людей! Тоді, може, варто описати *ГЕБ* як «книгу, яка свідчить про те, що математика, мистецтво й музика — одне й те саме за своєю суттю»? Знову ж таки, цей опис далекий від реального стану речей, як Земля від Сонця, але я чув це знову й знову, і не лише від тих, хто не читав мого тексту, а й від читачів книги, навіть дуже уважних. А в книгарнях я бачив, що *ГЕБ*, прикрашає полиці, присвячені найрізноманітнішим сферам людської думки, й не лише таким, як математика, фундаментальні науки, філософія і когнітивна наука (саме ці варіанти позиціонування моєї книги я вважаю дуже вдалими), а й таким, як релігія, окультизм і ще бозна-що. Чому так важко зрозуміти, про що ця книга? Звісно, проблема тут не лише в її розмірі. Напевно, річ у тім, що в тексті *ГЕБ* я періодично торкався — і не лише побіжно — безлічі найрізноманітніших

* Як такий (лат.).

тем, серед яких були фуги й канони, логіка й істина, геометрія, рекурсія, синтаксичні структури, природа значення, дзен-буддизм, парадокси, мозок і розум, редукціонізм і холізм, мурашині колонії, концепції та ментальні уявлення, переклад, комп'ютери та їхня мови, ДНК, білки, генетичний код, штучний інтелект, творчість, свідомість і свобода волі, почасти навіть мистецтво й музика тощо, тощо. Тому багато людей вважає неможливим визначення стрижневої теми цієї книги.

Ключові образи та ідеї, що є підвалинами ГЕБ

Годі й казати, що плутанина з трактуванням ГЕБ, яка тривала багато років, дуже засмучувала мене, адже я був упевнений, що в тексті не раз окреслив головні завдання, які ставив перед собою під час її написання. Натомість, як це ставало дедалі очевиднішим для мене, виявлялося, що я зробив це недостатньо виразно або рідко вдавався до пояснень своєї мети. Утім зараз у мене є можливість зробити це ще раз — і на такому помітному місці в цій книзі, — тож дозвольте мені востаннє спробувати пояснити, чому саме я написав ГЕБ, про що ця книга та яка її провідна теза.

Якщо стисло, ГЕБ — це спроба висловлення власного, дуже особистого погляду на те, як живі істоти можуть постати з неживої матерії. На те, що таке «я» і як воно може виникнути на базі такого неоковирного матеріалу, як камінь чи калюжа. На те, що таке «особистість» і чому її феномен (принаймні наразі) неподільно поєднаний із бульбашками, за влучним висловом поета Рассела Едсона, «хитких жеврінь жахів і мрій» — тобто невіддільний від певних видів липких грудочок, запакованих у тверді захисні оболонки і згрупованих у мобільні скупчення матерії, які блукають світом на хідлях, з'єднаних між собою і ледь-ледь укритих волоссям.

У ГЕБ я прискіпливо аналізую ці питання та неквапно розбудовую аналогію, по-перше, між неживими молекулами і беззмстовними символами, а по-друге, між особистістю (або «Я», або «душею» чи якимось іншим варіантом позначення того, що є ознакою живої матерії та відрізняє її від матерії неживої) і певними спеціальними закрученими, звивистими, вихровими *значущими* патернами, які постають лише в певних типах систем беззмстовних символів. Саме цим дивним звивистим патернам у книзі приділено багато місця, адже вони маловідомі, недооцінені, контрінтуїтивні й доволі таємничі. І з причин, які не надто важко зрозуміти, я називаю такі химерні закручені патерни «Дивними Петлями», — цю назву

вживаю у всіх розділах книги, хоча в деяких використовую також словосполучення «заплутані ієрархії» для пояснення здебільшого тієї самої ідеї.

Це одна з головних причин, з яких М. К. Ешер, а точніше, його мистецтво, займає визначне місце в «золотому плетиві»: Ешера у свій особливий спосіб так само зачарували *Дивними Петлями*, як і мене, — насправді він зображував їх у найрізноманітніших контекстах, і кожен із цих рисунків спантеличує і водночас захоплює. Проте, коли я лише почав працювати над цією книгою, Ешер жодною мірою не становив предмета моєї уваги (або не був у фокусі моєї уваги, як ми зараз кажемо); робочою назвою книги була доволі буденна фраза «Теорема Геделя і людський мозок», і я аж ніяк не думав присвячувати стоси сторінок якимсь парадоксальним картинкам, а грайливим діалогам — і поговтів. Просто коли я знову й знову повертався до поняття *Дивних Петель*, щодалі виразніше вловлював у свідомості швидкоплинні зблиски різних гравюр Ешера — вони спливали в моїй уяві майже підсвідомо, і зрештою одного разу я збагнув, що ці образи так тісно пов'язані в моїй свідомості з ідеями, про які я писав, що позбавити читачів інформації про цей зв'язок, який я так виразно відчував, було би певним збоченням. Тому мистецтво Ешера було прийняте до дружнього гурту тем моєї книги. Вступ Баха до моєї «метафоричної фуґи про уми й машини» відбувся трохи пізніше.

Однак повернімося знову до *Дивних Петель*. Джерелом натхнення, яке спонукало мене до написання *ГЕБ*, було моє давнє переконання, що поняття «дивної петлі» містить ключ до розгадки таємниці, яку ми, свідомі істоти, називаємо «буттям» або «свідомістю». Це вперше спало мені на думку, коли я ще був підлітком і мов причинний без кінця розмірковував над квінтесенцією дивної петлі, на якій ґрунтується доказ відомої теореми математичної логіки — теореми про неповноту Курта Геделя; мені здавалося, що я натрапив на місце, де зберігають екстракт таємничої природи нашої особистості, нашого «я»: книга Наґеля й Ньюмена про теорему Геделя, яку я тоді читав, ніби кричала мені про це з кожної сторінки.

Зараз не час і не місце для початку детального розгляду таких речей, — їм присвячено цілий фоліант, який ви тримаєте в руках, тож було б трохи зухвало з мого боку думати, що я зможу перевершити самого себе й докладно розповісти про зміст цієї книги лише на кількох сторінках оцієї передмови. Втім одне слід сказати прямо: дивна петля Геделя постає у формальних математичних системах, (тобто у переліках правил для виведення нескінченної

серії математичних істин — виключно шляхом механічної маніпуляції із символів — без будь-якої уваги до їхніх значень чи ідей, які криються за лаштунками цих маніпуляцій,) є петлею, що дає змогу такій системі «розуміти себе», говорити про себе, набувати «самоусвідомлення». З певного погляду не буде завеликим зухвальством сказати, що саме завдяки цій петлі формальна система *стає собою*.

Беззмистовні символи набувають значення попри свою природу

Дивує в цьому те, що формальні системи, в яких виникають ці кісточки особистості, складаються лише з беззмистовних символів. «Я» як таке постає у висліді виникнення в середовищі беззмистовних символів закрученого, заплутаного патерну. Втім, здається, тепер саме час зізнатися: я трохи лукавлю, коли вживаю фразу «беззмистовні символи» (наприклад, наприкінці обох попередніх речень), позаяк вирішальна складова аргументації моєї книги ґрунтується на ідеї, що значення не може зберегтися поза формальними системами в разі виникнення доволі складних ізоморфізмів. Тому попри будь-які зусилля символи не можуть зберегтися беззмистовними — вони все одно набуватимуть певних значень!

Дозвольте мені перефразувати зо два останні речення без вживання технічного терміну «ізоморфізм». Коли система «беззмистовних» символів містить патерни, які точно відтворюють чи віддзеркалюють різноманітні явища світу, це відтворення або віддзеркалення наділяє символи певним відтінком значення — справді, таке відтворення або віддзеркалення є не більшим, але й не меншим за набуття певного відтінку значення. Залежно від міри складності, точності й надійності відстеження такого віддзеркалення виникають різні відтінки значення. Не заглиблюватимусь у деталі цього процесу, адже цій проблемі в моїй книзі присвячено чимало уваги, переважно в розділах 2, 4, 6, 9 і 11.

Порівняно з типовою формальною системою, людська мова неймовірно гнучка й субтельна у своїх моделях віддзеркалення реальності. З цієї причини символи у формальних системах можуть здаватися доволі ригідними; справді, без особливих проблем можна дивитися на них як на щось абсолютно беззмистовне. Проте, знову ж таки, можна подивитися на газету, створену за допомогою незнайомої системи писемності, й дивні друковані рядки здаватимуться не чим іншим, як неймовірно складними, але абсолютно

безглуздими патернами. Отже, навіть людська мова, хоч би якою вона була розвиненою, може втратити своє позірне значення.

Власне, досі є чимало філософів, учених з інших галузей і просто особистостей, які вважають, що патерни символів *per se* (наприклад, книги, фільми, бібліотеки, компакт-диски чи комп'ютерні програми незалежно від рівня складності чи динамічності) *в жодному разі* не мають певних автономних значень, натомість у якийсь надзвичайно втаємничений спосіб їхні значення постають у висліді процесів, що відбуваються на рівні законів органічної хімії чи, можливо, навіть квантової механіки, — процесів, базованих на основі вуглецю в мозку як біологічному органі. Хоча я різко заперечую слушність цього вузького, біошовіністичного погляду, не можу не віддати належне його інтуїтивній привабливості. Тобто, коли я щиро намагаюся розглядати цю ситуацію з погляду прихильника гіпотези первинності, а радше унікальності мізків, — бачу, звідки беруться люди, які поділяють такі обмежені погляди.

Таким людям здається, що певна «семантична магія» відбувається лише всередині «хитких жеврінь» нашого мозку, деś позаду пари очних яблук, хоча вони ніколи не можуть точно сказати, як і чому це відбувається саме так; ба більше, вони вважають, що ця семантична магія і відповідає за існування людських «я», душ, свідомості, «особистості». І я, в принципі, цілком згоден із такими мислителями в тому, що «я» і семантика — себто «особистість» і значення — справді *походять із* того самого джерела; але відкидаю тезу цих мислителів, яка полягає в тому, що такі явища цілком зумовлені певними особливими, хоча наразі й не виявленими, властивостями мікроскопічного рівня апаратного забезпечення мозку.

На мою думку, єдиний спосіб подолання цього магічного погляду на те, що таке «Я» і свідомість, — постійне нагадування собі: хоч як це прикро, «хитке жевріння», надійно облаштоване в нашому черепі, є суто фізичним об'єктом і складається з абсолютно безглузвих і ригідних компонентів. А кожен із них підкоряється тим самим законам, що керують рештою Всесвіту, зокрема фрагментами тексту, компакт-дисками і комп'ютерами. Лише невтомні роздуми над цим бентежним фактом можуть дозволити нам поступово намацати розгадку таємниці свідомості. Наріжним каменем проблеми свідомості є не *речовина*, з якої складається мозок, а патерни, які можуть постати всередині мозкової речовини.

Цей погляд дасть змогу вийти з глухого кута ілюзій, позаяк сприяє переходу на інший рівень розгляду мозку як об'єкта вивчен-

ня. Ми зможемо розглядати мозок як *медіатор*, що забезпечує реалізацію складних моделей. Вони віддзеркалюють — хоч і далеко не ідеально — світ, складовою якого вочевидь є і сам мозок. Неминуче самовіддзеркалення, що виникає в цьому випадку, хоч би яким воно було безстороннім чи недосконалим, спричинює коловерт *Дивних Петель* свідомості.

Курт Гедель прориває «лінію Мажино» Бертрана Рассела

Я щойно стверджував, що зміщення фокусу з матеріальних компонентів на абстрактні моделі дає змогу зробити квазімагічний стрибок від неживого до живого, від несемантичного до семантичного, від безглуздового до істотного. Але як це відбувається? Зрештою, цілком очевидно, що не всі стрибки з рівня матерії на рівень патернів спричинюють виникнення свідомості, або душі, або «я». Одним словом, не всі патерни містять феномен свідомості. Що ж тоді можна назвати ознакою *особистості*? Відповідь ГЕБ така: дивна петля.

Іронія у тому, що перша дивна петля, яку хтось колись віднайшов, — і яка стала моделлю для розвитку самої моєї концепції *Дивних Петель* загалом, — віднайдена в системі, *створеній спеціально для запобігання виникненню Дивних Петель*. Я говорю про відомий трактат Бертрана Рассела й Альфреда Норт-Вайтхеда «Principia Mathematica» — гігантську, приголомшливу працю, яка рясніє щільною, громіздкою символікою, що послідовно заповнювала том за томом; створення цієї праці 1910–1913 рр. зумовлене насамперед відчайдушними пошуками Бертрана Рассела. Він намагався знайти спосіб уникнення парадоксів автореференції в математиці.

Підвалини «Principia Mathematica» становила так звана «теорія типів» Рассела. Подібно до лінії Мажино, до речі, збудованої десь у той самий час, цю теорію розробили, щоб стримати натиск «ворога» в найпотужніший і найнадійніший спосіб.

Для французів ворогом була Німеччина; для Рассела цю роль виконало посилення на себе. Рассел вважав, що для математичної системи спроба говорити про себе дорівнює поцілункові смерті, позаяк автореференція — згідно з його поглядами — неминуче відчинить двері для самосуперечливості, а відтак призведе до цілковитого краху всієї математики. Щоб запобігти цій жахливій катастрофі, він винайшов складну (і нескінченну) ієрархію рівнів, відгороджених один від одного в такий спосіб, щоб, на його думку, остаточно врятувати тендітну математичну систему від зараження страшним вірусом самопосилання.