

Серія «Національний мультипредметний тест»

Математика. Довідник-практикум / М. Я. Забелишинська,
М 34 Ю. О. Захарійченко, В. В. Карпик. — Харків : Вид-во «Ранок»,
2025. — 224 с. — (Серія «Національний мультипредметний тест»).

ISBN 978-617-09-9944-3

Посібник призначений для системного повторення курсу математики,
відпрацювання практичних умінь і навичок та ефективної підготовки до
національного мультипредметного тесту (НМТ) з математики.

Видання являє собою довідник, який охоплює весь шкільний курс
математики. До кожної теми наведено короткі підсумки, тренувальні вправи
та відповіді до них. В електронній підтримці запропоновано тренувальні
тести у форматі НМТ, які можна виконати в онлайн-режимі.

Призначено для випускників закладів загальної середньої освіти,
абітурієнтів, учителів математики.

УДК 51:37.016(076)



Код доступу: NULZJ842WVFY

Технічна підтримка
(понеділок-п'ятниця з 9:00 до 18:00)
+38 (066) 175 13 19
(Viber, Telegram, WhatsApp)



Щоб пройти онлайн-тестування, обов'язково перегляньте
інструкцію, розміщену наприкінці посібника.

На початковому виданні

Серія «Національний мультипредметний тест»

ЗАБЕЛИШИНСЬКА Марина Яківна
ЗАХАРІЙЧЕНКО Юрій Олександрович
КАРПІК Вадим Віталійович

МАТЕМАТИКА.
Довідник-практикум

Редактор С. В. Русінова
Верстка О. А. Песнін

Т178123У. Підписано до друку 30.08.2025.
Формат 84×108/16. Папір офсетний.
Гарнітура Шкільна. Друк офсетний.
Ум. друк. арк. 23,52.

ТОВ Видавництво «Ранок»,
пр. Незалежності, 5, Харків, 61022;
вул. Деревлянська, 13, Київ, 04119.
Свідцтво суб'єкта видавничої справи
ДК № 8348 від 02.06.2025.

Для листів: вул. Деревлянська, 13, Київ, 04119.
E-mail: office@ranok.com.ua



Замовляйте книжки на сайті:
www.ranok.com.ua
Тел. (057) 727-70-90, (067) 546-53-73.
E-mail: pochta@ranok.com.ua

ISBN 978-617-09-9944-3

© Забелишинська М. Я., Захарійченко Ю. О.,
Карпик В. В., 2025
© ТОВ Видавництво «Ранок», 2025

ІНСТРУКЦІЯ

ЯК ОТРИМАТИ ДОСТУП ДО ОНЛАЙН-ТЕСТУВАННЯ

- 1 Знайдіть у посібнику QR-код (див. зображення
в п. 4) і відскануйте його або скористайтесь
розміщеним біля нього посиланням.
Зареєструйтеся на інтерактивній платформі i33i.



- 2 Після закінчення реєстрації натисніть
кнопку «Перейти до входу».



- 3 Увійшовши в акаунт, натисніть
кнопку «Активувати контент».



- 4 У поле, яке з'явиться, потрібно ввести код доступу (з посібника).



- 5 Після активації відповідного контенту у вас
з'явиться доступ до завдань із предмета.
Тепер ви можете впевнено готуватися
до НМТ у власному темпі. Бажаємо успіхів!



АКЦІЯ

Купуйте посібник, реєструйтеся та беріть
участь у розіграші* сучасного планшета!



Розіграші відбудуться 1 грудня та 15 березня.

*Під «розіграшем» маємо на увазі купівлю за 0,01 грн.



mnk.com.ua/112552

РАЦІОНАЛЬНІ ВИРАЗИ

Дробовим виразом називають частку від ділення двох виразів, записану за допомогою дробової риски. Як і інші вирази, дробі бувають числові та зі змінними.

Вираз, складений із чисел і змінних за допомогою дій додавання, віднімання, множення, ділення й піднесення до степеня, називається раціональним.

Ті значення змінних, для яких можна знайти відповідне значення виразу, називаються допустимими.

Приклади

- 1) $\frac{x-3}{x+5}$; x — будь-яке число, крім $x = -5$.
- 2) $\frac{3x}{x^2+4}$; x — будь-яке число.
- 3) $\frac{2}{1+\frac{1}{x}}$; $x \neq 0$; $x \neq -1$.

Два вирази, відповідні числові значення яких рівні при всіх допустимих значеннях змінних, називаються тотожно рівними, або тотожними.

ОСНОВНА ВЛАСТИВІСТЬ ДРОБУ. СКОРОЧЕННЯ ДРОБІВ

Якщо чисельник і знаменник дробу помножити або поділити на один і той самий вираз, то дістанемо дріб, який тотожно дорівнює даному. Це дозволяє скорочувати дробі й приводити їх до нового знаменника.

Приклади

$$1) \frac{a^2-9}{ab+3b} = \frac{(a-3)(a+3)}{b(a+3)} = \frac{a-3}{b}.$$

Зверніть увагу: щоб скоротити дріб, його чисельник і знаменник треба розкласти на множники.

$$2) \text{ Зведіть дріб } \frac{a+3}{6-2a} \text{ до знаменника } 2(a^2-9). \\ 6-2a = 2(3-a) = -2(a-3), \\ 2(a^2-9) = 2(a-3)(a+3).$$

Із цього видно, що додатковий множник дорівнює $\frac{2(a-3)(a+3)}{-2(a-3)} = -(a+3)$.

Отже, маємо:

$$\frac{a+3}{6-2a} = \frac{a+3}{-2(a-3)} = \frac{-(a+3)^2}{2(a-3)(a+3)} = \frac{-(a+3)}{2(a^2-9)}.$$

Зверніть увагу на тотожності:

$$\frac{a}{b} = \frac{-a}{-b}; \quad \frac{-a}{b} = -\frac{a}{b}; \quad \frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}.$$

ДОДАВАННЯ ТА ВІДНІМАННЯ ДРОБІВ

1. Щоб додати (відняти) дробі з однаковими знаменниками, треба додати (відняти) їхні чисельники, а знаменник залишити той самий.

Приклади

$$1) \frac{3a-7b}{15ab} + \frac{2a+2b}{15ab} = \frac{3a-7b+2a+2b}{15ab} = \frac{5a-5b}{15ab} = \frac{5(a-b)}{15ab} = \frac{a-b}{3ab}.$$

$$2) \frac{x^2-3}{x^3+2x} + \frac{2}{x^3+2x} - \frac{2x-1}{x^3+2x} = \frac{x^2-3+2-(2x-1)}{x^3+2x} = \frac{x^2-1-2x+1}{x^3+2x} = \frac{x^2-2x}{x^3+2x} = \frac{x(x-2)}{x(x+2)} = \frac{x-2}{x+2}.$$

2. Якщо треба знайти суму або різницю дробів з різними знаменниками, то спочатку дробі зводять до спільного знаменника.

Приклади

$$1) \frac{x}{2} + \frac{x}{3} = \frac{3x+2x}{6}; \text{ спільний знаменник — НСК (2; 3).}$$

$$2) \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \frac{x^2+y^2}{xy}; \text{ спільний знаменник — добуток знаменників.}$$

$$3) \frac{2x}{3y} + \frac{x^2}{2y^2} = \frac{4xy+3x^2}{6y^2}.$$

Якщо до складу знаменника першого дробу входить y , а до другого входить y^2 , то до спільного знаменника увійде y^2 .

$$4) \frac{m}{m-n} - \frac{n}{m+n} = \frac{m(m+n)-n(m-n)}{(m+n)(m-n)} = \frac{m^2+mn-nm+n^2}{m^2-n^2} = \frac{m^2+n^2}{m^2-n^2}.$$

$$5) \frac{a}{5x-10} + \frac{a}{6x-12} = \frac{a}{5(x-2)} + \frac{a}{6(x-2)} = \frac{11a}{30(x-2)}.$$

$$6) \frac{m-n}{m+n} + \frac{n^2}{m+n} = \frac{m-n}{1} + \frac{n^2}{m+n} = \frac{m^2-n^2+n^2}{m+n} = \frac{m^2}{m+n}.$$

$$7) \frac{2a+b}{2a^2-ab} - \frac{16a}{4a^2-b^2} - \frac{2a-b}{2a^2+ab} = \frac{2a+b}{a(2a-b)} - \frac{16a}{(2a-b)(2a+b)} - \frac{2a-b}{a(2a+b)} = \frac{(2a+b)^2-16a^2-(2a-b)^2}{a(2a+b)(2a-b)} = \frac{4a^2+4ab+b^2-16a^2-4a^2+4ab-b^2}{a(2a+b)(2a-b)} = \frac{8ab-16a^2}{a(2a+b)(2a-b)} = \frac{8a(b-2a)}{a(2a+b)(2a-b)} = -\frac{8}{2a+b}.$$

$$8) \frac{3}{(a+3)^2(b-1)} + \frac{2}{(a+3)^2(b-1)^2} = \frac{3b-3+2a+6}{(a+3)^2(b-1)^2} = \frac{3b+2a+3}{(a+3)^2(b-1)^2}.$$

МНОЖЕННЯ, ДІЛЕННЯ Й ПІДНЕСЕННЯ ДО СТЕПЕНЯ ДРОБІВ

Щоб помножити дріб на дріб, треба перемножити окремо їхні чисельники й окремо знаменники і перший добуток записати чисельником, а другий — знаменником дробу.

Щоб піднести дріб до степеня, треба піднести до цього степеня чисельник та знаменник і перший результат записати чисельником, а другий — знаменником дробу.

Дріб $\frac{b}{a}$ називається оберненим до $\frac{a}{b}$.

Щоб поділити один дріб на другий, треба перший дріб помножити на дріб, обернений до другого.

Зверніть увагу: виконуючи множення, ділення, піднесення до степеня дробів, корисно чисельник і знаменник дробу розкласти на множники. Це дає можливість скоротити дріб.

Приклади

$$1) \frac{ax+ay}{x^2-2xy+y^2} \cdot \frac{x^2-xy}{7x+7y} = \frac{a(x+y) \cdot x(x-y)}{(x-y)^2 \cdot 7(x+y)} = \frac{ax}{7(x-y)}.$$

$$2) \frac{2ab}{a^2-6ab+9b^2} \cdot (a^2-9b^2) = \frac{2ab \cdot (a-3b)(a+3b)}{(a-3b)^2} = \frac{2ab(a+3b)}{a-3b}.$$

$$3) \frac{ap^2-9a}{p^2-8} : \frac{p+3}{2p-4} = \frac{a(p-3)(p+3) \cdot 2(p-2)}{(p-2)(p^2+2p+4)(p+3)} = \frac{2a(p-3)}{p^2+2p+4}.$$

ПЕРЕТВОРЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ВИРАЗІВ

Будь-який раціональний вираз можна подати у вигляді дробу або цілого виразу. Це можна зробити на основі правил дій над дробами та цілими виразами. Треба розуміти, що для раціональних виразів мають місце відомі властивості дій (переставна та сполучна властивості додавання і множення та ін.). Запис можна вести у різних формах: або виконуючи перетворення окремих частин, або ланцюжком.

Приклади

$$1) \text{ Перетворення окремих частин виразу: } \left(\frac{b}{a^2-ab} + \frac{a}{ab-b^2} \right) \cdot \frac{a^2b+ab^2}{a^2+b^2} + 1.$$

$$a) \frac{b}{a^2-ab} + \frac{a}{ab-b^2} = \frac{b}{a(a-b)} + \frac{a}{b(a-b)} = \frac{a^2+b^2}{ab(a-b)};$$

$$b) \frac{b^2+a^2}{ab(a-b)} \cdot \frac{a^2b+ab^2}{a^2+b^2} = \frac{(b^2+a^2)ab(a+b)}{ab(a-b)(a^2+b^2)} = \frac{a+b}{a-b};$$

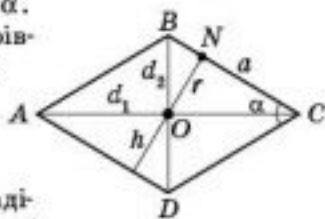
$$в) \frac{b+a}{a-b} + 1 = \frac{b+a+a-b}{a-b} = \frac{2a}{a-b}.$$

$$2) \text{ Перетворення виразу ланцюжком: } \left(\frac{b}{a^2-ab} + \frac{a}{ab-b^2} \right) \cdot \frac{a^2b+ab^2}{a^2+b^2} + 1 =$$

ПЛОЩА РОМБА

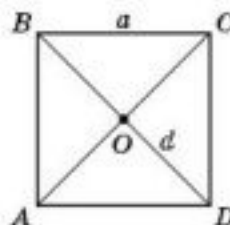
$S = ha$, $S = a^2 \sin \alpha$.
У ромбі висоти дорівнюють одна одній.

$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$;
 $d_1 = AC$, $d_2 = BD$;
 $S = 2ar$, де r — радіус вписаного в ромб кола.



ПЛОЩА КВАДРАТА

$S = a^2$;
 $S = \frac{1}{2} d^2$.

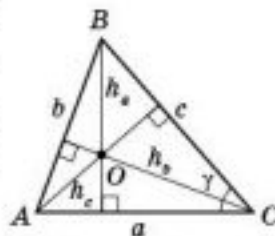


ПЛОЩА ТРИКУТНИКА

$S = \frac{1}{2} h \cdot a$, де h — висота, a — сторона, до якої проведена ця висота.

Оскільки $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} h_a \cdot a = \frac{1}{2} h_b \cdot b = \frac{1}{2} h_c \cdot c$,
то $h_a : h_b : h_c = \frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c}$.

Висоти трикутника обернено пропорційні сторонам, на які вони опущені.



Зверніть увагу: більшій стороні трикутника відповідає менша висота, і навпаки.

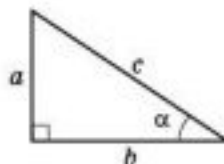
$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$, $S = \frac{1}{2} rP$, де P — периметр трикутника, r — радіус вписаного кола.

$S = \frac{abc}{4R}$, $R = \frac{abc}{4S}$, де R — радіус описаного кола.

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, де p — півпериметр трикутника, — формула Герона.

ПЛОЩА ПРЯМОКУТНОГО ТРИКУТНИКА

$S = \frac{1}{2} ab$;
 $S = \frac{1}{4} c^2 \sin 2\alpha$.



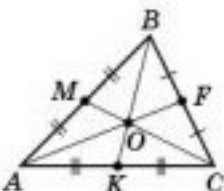
ПЛОЩА РІВНОСТОРОННЬОГО ТРИКУТНИКА

$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$.

ВЛАСТИВОСТІ МЕДІАНИ ТРИКУТНИКА

Медіана ділить трикутник на два рівновеликі (тобто такі, що мають однакову площу) трикутники.

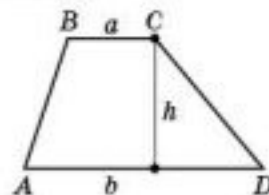
$S_{\triangle ABK} = S_{\triangle KBC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$.



Три медіани трикутника розбивають його на шість рівновеликих трикутників.
 $S_{\triangle AOM} = S_{\triangle MOB} = S_{\triangle BOF} = S_{\triangle FOC} = S_{\triangle COE} = S_{\triangle EOA} = \frac{1}{6} S_{\triangle ABC}$.

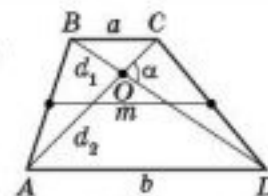
ПЛОЩА ТРАПЕЦІЇ

$S_{ABCD} = h \cdot \frac{a+b}{2}$, де h — висота, a , b — основи трапеції.



$S_{ABCD} = h \cdot m$, де h — висота, m — середня лінія.

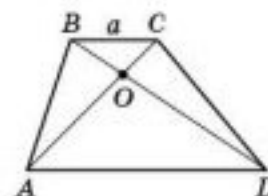
$S_{ABCD} = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$.



Якщо в трапецію можна вписати коло радіуса r , то $S = \frac{1}{2} rP$, де P — периметр трапеції.

ДЕЯКІ ВЛАСТИВОСТІ ТРАПЕЦІЇ

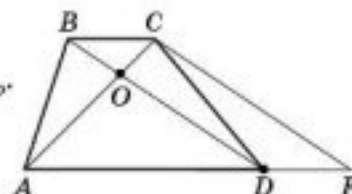
$S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ACD}$



$\frac{S_{\triangle BOC}}{S_{\triangle AOD}} = \frac{a^2}{b^2} = \frac{BO^2}{DO^2} = \frac{CO^2}{AO^2}$;

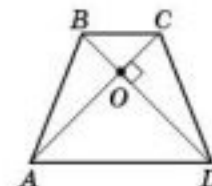
$S_{\triangle AOB} = S_{\triangle COD} = k S_{\triangle BOC}$, де $k = \frac{a}{b}$.

$CF \parallel BD$;
 $S_{\triangle ACF} = S_{ABCD}$.

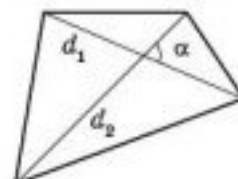


Якщо $AC \perp BD$;

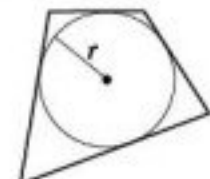
$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD$.



ПЛОЩА ЧОТИРИКУТНИКА



$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin \alpha$



$S = \frac{1}{2} rP$

ПЛОЩА КРУГА

$S = \pi R^2$

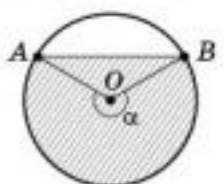
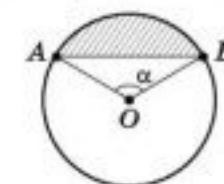
Круговим сектором називається частина круга, яка лежить усередині відповідного центрального кута (див. рисунок).

$S_{\text{сект}} = \frac{\pi R^2}{360} \cdot \alpha$, де α — градусна міра відповідного центрального кута.



Круговим сегментом називається спільна частина круга й півплощини.

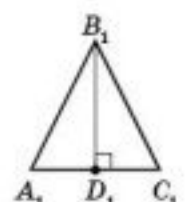
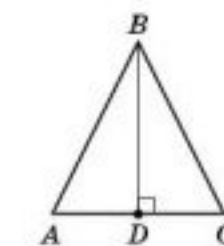
На рисунку зліва зображений круговий сегмент, якщо $\alpha < 180^\circ$; на рисунку справа — круговий сегмент, якщо $\alpha > 180^\circ$.



$S_{\text{сегм}} = \frac{\pi R^2}{360} \cdot \alpha - S_{\triangle AOB}$ $S_{\text{сегм}} = \frac{\pi R^2}{360} \cdot \alpha + S_{\triangle AOB}$

ПЛОЩІ ПОДІБНИХ ФІГУР

Площі подібних фігур відносяться як квадрати їх відповідних лінійних розмірів. Зокрема, для трикутників:



$\triangle ABC \sim \triangle A_1 B_1 C_1$;

$\frac{AB}{A_1 B_1} = \frac{BC}{B_1 C_1} = \frac{AC}{A_1 C_1} = \frac{BD}{B_1 D_1} = k$; $\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle A_1 B_1 C_1}} = k^2$.