

ПЕРЕДМОВА

Щороку майбутніх абітурієнтів та їхніх батьків хвилює питання: «Як якісно підготуватися до складання національного мультипредметного тесту (НМТ) з математики? За якими посібниками працювати?» Перед учителями та репетиторами постають схожі запитання: «За яким планом готувати учнів? Користування якими посібниками дозволить підготувати завтрашніх вступників так, щоб у результаті складання НМТ вони отримали високі результати?»

Мета пропонованого видання — забезпечити учнів і вчителів структурованим матеріалом для системної підготовки до успішного складання НМТ з математики.

Посібник складається з двох частин. Для зручності планування вивчення та повторення матеріалу першу частину видання поділено на 45 занять. Їх тематику структуровано за змістовими лініями чинної програми зовнішнього незалежного оцінювання (ЗНО), відповідно до якої створюються тести НМТ. На початку кожного заняття стисло наведено основні теоретичні відомості з відповідної теми (рубрика «Повторюємо теорію»). Звертаємо увагу, що засвоєння основних понять теми на початку її вивчення або повторення є необхідною умовою подальшої роботи. Тільки усвідомлене розуміння, а не формальне відтворення кожного означення, властивості або алгоритму може бути підґрунтям для подальшого успішного вивчення теми. Наступним кроком опрацювання теми є практика. Виконання завдань, наведених у рубриці «Застосовуємо теорію», передбачає розв’язування вправ — або під керівництвом учителя (репетитора), або самостійно з «підгляданням» теорії та відповідей, наведених безпосередньо після умови. З метою закріплення знань і відпрацювання навичок далі запропоновано завдання для самостійного розв’язування. До них також наведено відповіді, але не до кожного завдання окремо, а після всього блоку цих завдань.

Друга частина посібника містить тести у форматі НМТ, кожний із яких наведено у двох рівноцінних варіантах. До більшості завдань першого варіанта кожного тесту наведені розв’язання або вказівки. Поряд із низкою завдань розміщено нагадування, що відповідний матеріал не треба запам’ятовувати, оскільки основні формули наведені в довідкових матеріалах. До всіх завдань першого і другого варіантів надано відповіді.

Посібник має електронну підтримку (доступ — за QR-кодом або коротким посиланням, які розміщені на початку посібника на звороті обкладинки, введення коду доступу обов’язкове). Звернувшись до неї, ви зможете виконати в онлайн-режимі тести, аналогічні до запропонованих у посібнику.

Сподіваємося, що посібник стане у пригоді й майбутнім абітурієнтам, й учням 8–11 класів для систематичної роботи, удосконалення знань і вмінь, формування сталих навичок із розв’язування різних видів завдань і вправ, а також учителям математики.

Бажаємо успіхів!

ЗАНЯТТЯ 36

Статистика

Повторюємо теорію

Деякі поняття статистики

Статистичне спостереження — це спланований, науково організований збір масової інформації про певні явища та процеси.

Приклад. Перепис населення, щоденний облік відвідування, телефонне опитування тощо.

Генеральна сукупність — це вся сукупність, із якої роблять вибір одиниць спостереження.

Вибіркова сукупність (вибірка) — це сукупність одиниць, відібраних для вибіркового спостереження.

Приклад. 100 одиниць товару, випадково вибраних із партії товару об'ємом 1000 штук.

Центральні тенденції вибірки

Середнє значення — середнє арифметичне всіх значень вибірки.

Мода — те значення вибірки, яке в ній зустрічається найчастіше.

Медіана — число, яке «ділить» навпіл упорядковану сукупність усіх значень вибірки.

Розмах вибірки — різниця між найбільшим і найменшим значеннями випадкової величини.

Приклад. Задано вибірку: 1, 3, 3, 5, 5, 7, 7, 7, 9, 9.

Середнє значення

$$\bar{x} = \frac{1+3+3+5+5+7+7+7+9+9}{10} = 5,6;$$

мода $M_0 = 7$ (число 7 зустрічається найчастіше);

медіана $Me = \frac{5+7}{2} = 6$ (вибірка має парну

кількість елементів, тому її медіана дорівнює півсумі двох середніх значень);

розмах вибірки $R = 9 - 1 = 8$.

Застосовуємо теорію

Тренувальні вправи

- 1 Опитали 7 перехожих певного міста. Кожного з них просили оцінити діяльність мера цього міста за п'ятибальною шкалою (1 бал — зовсім не задоволені, ..., 5 балів — повністю задоволені). Отримані бали записали за зростанням, створивши ряд даних: 1, 2, 4, 4, 5, 5, 5.

Визначте:

1) середнє; 2) моду; 3) розмах; 4) медіану цього ряду даних.

Відповідь: 1) $\frac{26}{7}$; 2) 5; 3) 4; 4) 4.

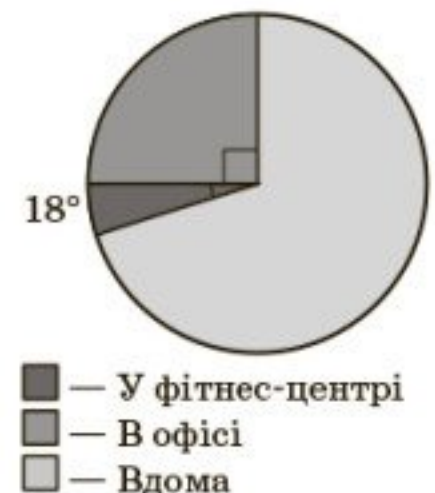
- 2 Задано вибірку: 2, 9, 4, 1, 0, 3, 2, 5.

Визначте:

1) середнє; 2) моду; 3) розмах; 4) медіану цієї вибірки.

Відповідь: 1) 3,25; 2) 2; 3) 9; 4) 2,5.

- 3 Марина слухає музику вдома, у фітнес-центрі та в офісі. На круговій діаграмі відображено розподіл «музичного часу», який вона витрачає на прослуховування музики в кожному із зазначених місць протягом одного дня.



- 1) Який відсоток від свого «музичного часу» Марина витрачає на прослуховування музики у фітнес-центрі?
- 2) Скільки часу (у хвилинах) дівчина слухала музику вдома, якщо відомо, що протягом цього дня її «музичний час» становив 2 год?

Відповідь: 1) 5; 2) 84.

- 4 Олег протягом карантину (квітень – червень) користувався послугами таксі. На діаграмі вказано кількість викликів, що здійснив хлопець за кожен місяць.



- 1) Скільки викликів здійснив Олег у червні?
- 2) У якому місяці кількість викликів була найбільшою?
- 3) Скільки в середньому викликав таксі хлопець щомісяця в зазначений період?

Відповідь: 1) 10; 2) травень; 3) 15.

Завдання для самостійного розв'язування

- 1 Провели опитування 9 відвідувачів інформаційного сайту. Кожного з них просили оцінити діяльність цього сайту (1 бал — зовсім не задоволені, ..., 5 балів — повністю задоволені). Отримані бали записали за зростанням, створивши ряд даних:

1, 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4.

Визначте:

- 1) середнє; 2) моду; 3) розмах; 4) медіану цього ряду даних.

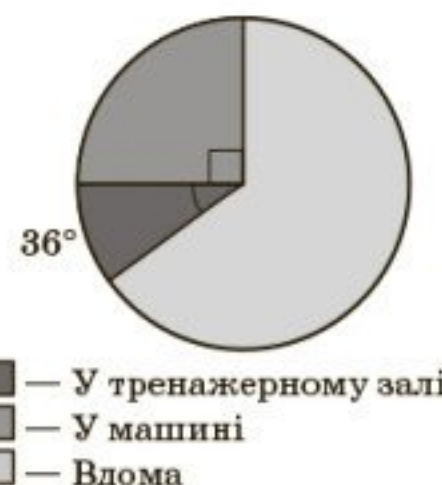
- 2 Задано вибірку: 6, 5, 3, 0, 1, 8, 4, 7, 2, 8.

Визначте:

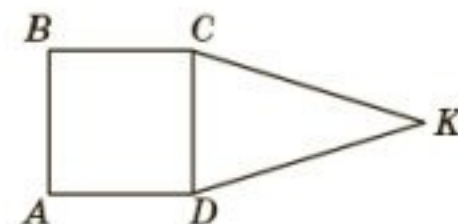
- 1) середнє; 2) моду; 3) розмах; 4) медіану цієї вибірки.

- 3 Вадим слухає музику вдома, у тренажерному залі та в машині. На круговій діаграмі відображено розподіл «музичного часу», який він витрачає на прослуховування музики в кожному із зазначених місць протягом одного дня.

- 1) Який відсоток від свого «музичного часу» Вадим витрачає на прослуховування музики в тренажерному залі?
- 2) Скільки часу (у хвилинах) хлопець слухав музику вдома, якщо відомо, що протягом цього дня його «музичний час» становив 3 год?

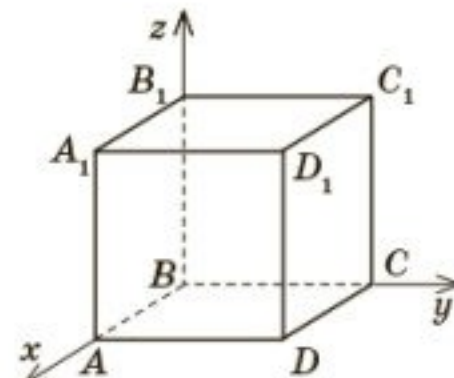


- 20 На рисунку зображено квадрат $ABCD$ та рівнобедрений трикутник CKD ($CK = DK$). Ці фігури лежать в одній площині. Периметри квадрата $ABCD$ та трикутника CKD дорівнюють 48 см та 32 см відповідно. Визначте відстань від точки K до прямої AB (у см).



Відповідь: _____

- 21 У прямокутній системі координат у просторі зображено прямокутний паралелепіпед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, ребра якого AB , BC і BB_1 лежать на координатних осях x , y та z відповідно (див. рисунок). Вершина D_1 має координати $(8; 9; 12)$. Знайдіть синус кута нахилу прямої BC_1 до площини ABC .



Відповідь: _____

- 22 Перший член арифметичної прогресії дорівнює 4, а її шостий член більший за п'ятий на 3. Визначте суму перших 25 членів цієї прогресії.

Відповідь: _____

РОЗВ'ЯЗАННЯ ТА ВКАЗІВКИ ДО ОКРЕМИХ ЗАВДАНЬ ТЕСТУ

3. *Розв'язання.* Рівняння $x^2 - 2x - 8 = 0$ — квадратне. Його можна розв'язати за форму-

лами $x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$, де $D = b^2 - 4ac$ — дискримінант рівняння. Маємо:

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 4 + 32 = 36; \quad x_1 = \frac{2 + \sqrt{36}}{2} = \frac{2 + 6}{2} = 4, \quad x_2 = \frac{2 - \sqrt{36}}{2} = \frac{2 - 6}{2} = -2.$$

Простіше розв'язати це рівняння за теоремою Вієта. Добуток коренів рівняння дорівнює -8 , а сума — 2 . Очевидно, що ці умови задовольняють числа -2 і 4 .

Формули коренів квадратного рівняння наведені в тестовому зошиті!

4. *Вказівка.* Треба підставити координати кожної точки у формулу, що задає функцію. Якщо отримаємо неправильну рівність — точка не належить графіку заданої функції, якщо правильну — точка належить графіку заданої функції.

Крім того, варто проаналізувати, які точки взагалі не можуть належати графіку функції $y = 4x^2$. За будь-яких значень змінної x вираз $4x^2 \geq 0$. Отже, варіанти відповідей Б і Г можна не розглядати.

5. *Розв'язання.* Оскільки прямокутники рівні, то сторони кожного прямокутника дорівнюють 12 см і 20 см. Отже, площа фігури дорівнює $2 \cdot 12 \cdot 20 = 480$ (см²).

Формули площ геометричних фігур наведені в тестовому зошиті!

6. *Розв'язання.* Скористаємося формулою квадрата двочлена:

$$(\sqrt{2} - 1)^2 = (\sqrt{2})^2 - 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 1 + 1^2 = 2 - 2\sqrt{2} + 1 = 3 - 2\sqrt{2}.$$

Формули скороченого множення наведені в тестовому зошиті!

7. *Розв'язання.* Оскільки заданий графік отримали із графіка $y = \sqrt{x}$ (див. рисунок) паралельним перенесенням уздовж осі абсцис на 6 одиниць ліворуч, то шукана функція $y = \sqrt{x+6}$. Можна розв'язати завдання інакше. Область визначення шуканої функції $x \geq -6$. Таку умову задовольняє лише функція $y = \sqrt{x+6}$.

8. *Розв'язання.* Скористаємося властивостями степенів.

$$\frac{(3a^3)^2}{3a^2} = \frac{3^2 \cdot (a^3)^2}{3a^2} = \frac{9a^6}{3a^2} = 3a^{6-2} = 3a^4.$$

Властивості степеня наведені в тестовому зошиті!

9. *Розв'язання.* Скористаємося властивостями похідної та формулами похідних елементарних функцій:

$$(\cos x - 7)' = (\cos x)' - (7)' = -\sin x - 0 = -\sin x.$$

Похідна. Основні формули наведені в тестовому зошиті!

10. *Розв'язання.* Розв'яжемо задану систему методом додавання: почленно додамо обидві частини рівнянь системи, дістанемо: $8x = -16$, звідки $x = -2$. Підставивши значення x у перше рівняння системи, отримаємо: $3 \cdot (-2) - 2y = -10$, $-6 - 2y = -10$, $-2y = -4$, $y = 2$. Добуток $x_0 \cdot y_0 = -2 \cdot 2 = -4$.

11. *Розв'язання.* Задана фігура лежить у нижній півплощині, тоді $S = - \int_{-4}^{-2} y(x) dx = - \int_{-4}^{-2} (x^2 + 6x + 8) dx$. Можна міркувати інакше: задана фігура обмежена згори прямою $y = 0$, знизу частиною параболи $y = x^2 + 6x + 8$, тоді $S = \int_{-4}^{-2} (0 - x^2 - 6x - 8) dx = \int_{-4}^{-2} (-x^2 - 6x - 8) dx = - \int_{-4}^{-2} (x^2 + 6x + 8) dx$.

12. *Розв'язання.* Оскільки основа логарифма $2 > 1$, тоді функція $y = \log_2 t$ зростаюча на всій області визначення, виконуємо перетворення: $\log_2(x-1) < 3$; $0 < x-1 < 2^3$; $0 < x-1 < 8$; $1 < x < 9$.

Основні властивості логарифмів наведені в тестовому зошиті! Формулами можна скористатися, щоб пригадати, які обмеження притаманні логарифмічній функції

13. *Розв'язання.* На борту катера є $3+4=7$ кисневих балонів, 3 балони заповнені наполовину, тоді, скориставшись класичним означенням імовірності, дістанемо $p = \frac{3}{7}$.

Формула, за якою визначається ймовірність випадкової події, наведена в тестовому зошиті!

14. *Розв'язання.* Скористаємося тим, що період функції $y = \sin x$ дорівнює 2π , тобто 360° . Тому $\sin 330^\circ = \sin(360^\circ - 30^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}$.

15. *Розв'язання.* Куб має 12 ребер. Довжина одного ребра дорівнює $36:12=3$ (см). Об'єм куба обчислимо за формулою $V = a^3$, де $a = 3$ — довжина ребра куба. Маємо: $V = 3^3 = 27$ (см³).