Лекция 1. Системы и эксперименты

Ленни и Арт забредают в «Гильбертс Плэйс».

Арт: Что это? Сумрачная зона? Или комната смеха? Ничего не понимаю.

Ленни: Расслабься. Ты привыкнешь.

Арт: Где тут путь наверх?

1.1. Квантовая механика — другая

Что же такого особенного в квантовой механике? Почему ее так трудно понять? Очень легко свалить все на «сложную математику», и, возможно, доля истины в этом будет. Но этим вопрос далеко не исчерпывается. Многие люди, не специализирующиеся на физике, легко осваивают классическую механику и теорию поля, которые требуют сложной математики.

Квантовая механика имеет дело с поведением объектов, настолько маленьких, что мы, люди, просто не снабжены никакими средствами, чтобы их увидеть. Отдельные атомы по размерам находятся у верхнего края квантовой шкалы масштабов. Часто в качестве объектов изучения выступают электроны. *Наши органы чувств совершенно не приспособлены для восприятия движения отдельного электрона. Лучшее, что мы можем сделать — это попробовать понять электроны и их движение как математические абстракции.*

«Ну и что? — спросит скептик. — Классическая механика до краев полна математическими абстракциями: безмассовые точки, абсолютно твердые тела, инерциальные системы отсчета, положения, моменты, поля, волны — этот список можно продолжать и продолжать. Нет ничего нового в математических абстракциях». Это, в самом деле, справедливое замечание, классический и квантовый миры действительно имеют много общего. Однако квантовая механика отличается в двух важных аспектах.

1. *Другие абстракции.* Квантовые абстракции фундаментально отличаются от классических. Например, мы увидим, что идея состояния в квантовой механике концептуально иная, чем у ее классического аналога. Состояния описываются различными математическими объектами и имеют различную логическую структуру.

2. *Состояния и измерения.* В классическом мире связь между состоянием системы и результатом выполненного над ней измерения совершенно однозначна. Фактически она тривиальна. Метки, описывающие состояния (положение и импульс частицы, например), —

это те же метки, что характеризуют измерения этого состояния. Иначе говоря, можно осуществить эксперимент по определению состояния системы. В квантовом мире это не так. Состояния и измерения — это две разные вещи, и связь между ними тонкая и неинтуитивная.

Эти идеи являются крайне важными, и мы будем возвращаться к ним снова и снова.

1.2. Спины и кубиты

Понятие спина появилось из физики элементарных частиц. Помимо положения в пространстве, частицы имеют дополнительные свойства. Например, они могут обладать или не обладать электрическим зарядом или массой. Электрон — это не то же самое, что кварк или нейтрино. Но даже частица конкретного типа, такая как электрон, не полностью характеризуется своим положением. Связанная с электроном дополнительная степень свободы называется *спином*. Упрощенно спин можно изобразить маленькой стрелочкой, указывающей в определенном направлении, но такая наивная картинка является слишком классической, чтобы корректно отражать реальную ситуацию. Спин электрона настолько квантовомеханичен, насколько это вообще возможно для системы, и любая попытка визуализировать его классически будет крайне неточной.

Мы можем и будем пользоваться абстрактной идеей спина, забыв, что он присоединен к электрону. Квантовый спин — это система, которую можно изучать саму по себе. Фактически квантовый спин, изолированный от электрона, который переносит его в пространстве, является одновременно и простейшей, и самой квантовой из всех систем.

Изолированный квантовый спин — это пример общего класса систем, называемых кубитами (квантовыми битами), которые играют в квантовом мире ту же роль, что и логические биты в определении состояния компьютера. Многие системы — возможно, даже все системы — могут быть построены путем комбинирования кубитов. Так что, изучая их, мы узнаем о гораздо большем.

1.3. Эксперимент

Давайте конкретизируем эти идеи, используя простейший возможный пример. В первой лекции *тома I* я начал разговор с очень простой детерминистической системы — монеты, у которой виден либо аверс (A), либо реверс (P). Ее можно назвать системой с двумя состояниями, или битом с двумя состояниями A и P. Говоря более формально, мы вводим «степень свободы», обозначаемую σ, которая может принимать два значения, а именно $+1$ и -1. Состояние A заменяется на

$$\sigma = +1,$$

а состояние P на

$$\sigma = -1.$$

В классике пространство состояний этим исчерпывается. Система находится либо в состоянии $\sigma = +1$, либо в состоянии $\sigma = -1$, и между ними ничего нет. В квантовой механике мы рассматриваем эту систему как кубит.

В *томе I* мы также обсуждали простые законы эволюции, которые говорят нам, как изменяется состояние от мгновения к мгновению. Простейший из таких законов состоит в том, что просто так ничего не происходит. В этом случае, если мы переходим от одного дискретного момента (n) к следующему $(n + 1)$, то закон эволюции будет выглядеть так:

$$\sigma\,(n + 1) = \sigma\,(n). \tag{1.1}$$

Сделаем явным скрытое предположение, которое мы оставили без внимания в *томе I*. Эксперимент включает не только изучаемую систему. Он также невозможен без прибора $\mathcal{A}$, выполняющего измерения и записывающего их результаты. В случае системы с двумя состояниями прибор взаимодействует с системой (спином) и записывает значение σ. Будем считать прибор черным ящиком[1] с окошком, в котором отображается результат измерения. Также на приборе есть стрелка с пометкой «верх здесь». Эта стрелка важна, поскольку она показывает, как прибор ориентирован в пространстве, и ее направление будет влиять на результаты измерений. Мы начнем с того, что направим ее вдоль

[1] Термин «черный ящик» означает, что мы не знаем, что находится внутри прибора и как он работает. Но будьте уверены, что в нем нет кота.

оси z (рис. 1.1). Первоначально мы не знаем, каково состояние системы: $\sigma = +1$ или $\sigma = -1$. Наша цель — выполнить эксперимент и определить значение σ.

До того как прибор начнет взаимодействие со спином, окошко на нем пустое (на рисунке это отмечено вопросительным знаком). После того как он измерит σ, в окошке будет либо $+1$, либо -1. Взглянув на прибор, мы определим значение σ. Вся эта процедура представляет собой очень простой эксперимент, предназначенный для измерения σ.

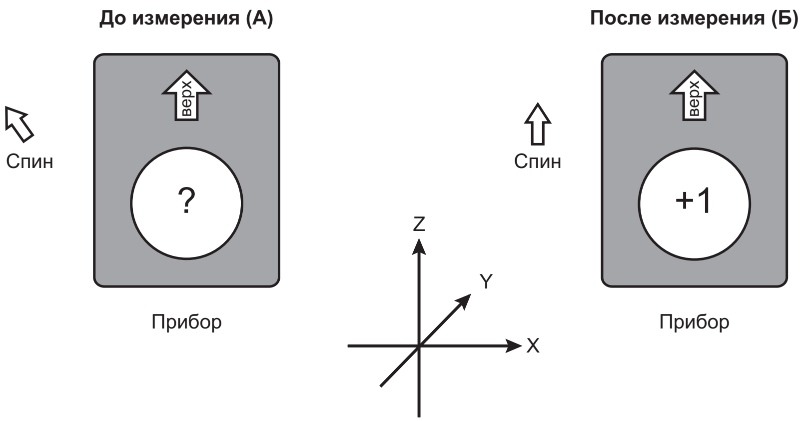

Рис. 1.1. *А — спин и не содержащий кота прибор до начала каких-либо измерений. Б — спин и прибор после выполнения одного измерения, давшего результат* $\sigma_z = +1$. *Спин теперь приготовлен в состоянии* $\sigma_z = +1$. *Если спин не подвергается возмущениям, а прибор сохраняет прежнюю ориентацию, все последующие изменения будут давать тот же самый результат. Оси координат показывают наше соглашение по обозначению направлений в пространстве*

Теперь, когда мы измерили σ, вернем прибор в исходное состояние и, не возмущая спин, измерим значение σ еще раз. Если предполагать, что действует простой закон (1.1), мы должны получить тот же результат, что и в первый раз. За результатом $\sigma = +1$ последует снова $\sigma = +1$. И точно так же для $\sigma = -1$. Так будет при любом числе повторений. Это хорошо, поскольку позволяет нам подтвердить результат эксперимента. Мы также можем сказать следующее: первое взаимодействие с прибором $\mathcal{A}$ *приготовило* систему в одном из двух состояний. Последующие эксперименты *подтверждают* это состояние. Пока нет никаких различий между классической и квантовой физикой.

Рис. 1.2. *Прибор перевернут без возмущения ранее измеренного спина. Новое измерение дает результат* $\sigma_z = -1$

Теперь сделаем кое-что новое. После приготовления спина путем его измерения прибором $\mathcal{A}$ перевернем прибор вниз головой и затем снова измерим σ (рис. 1.2).

При этом мы обнаружим, что если первоначально было приготовлено $\sigma = +1$, то перевернутый прибор выдаст $\sigma = -1$. И аналогично, если первоначально было приготовлено $\sigma = -1$, перевернутый прибор покажет $\sigma = +1$. Другими словами, переворачивание прибора обменивает $\sigma = +1$ и $\sigma = -1$. Исходя из этих результатов, можно заключить, что σ — это степень свободы, связанная с ощущением направления в пространстве. Например, если бы σ представляла собой какого-то рода ориентированный вектор, было бы естественно ожидать, что переворачивание прибора изменит показания на обратные. Простое объяснение состоит в том, что прибор измеряет компоненту вектора вдоль выделенной в приборе оси. Верно ли это объяснение для всех конфигураций?

Если мы убеждены, что спин — это вектор, то было бы естественным описывать его тремя компонентами σ_z, σ_x и σ_y. Когда прибор повернут вверх вдоль оси z, он настроен на измерение σ_z.

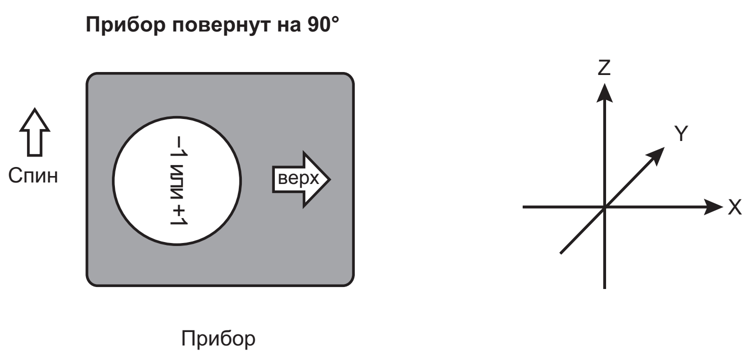

Рис. 1.3. *Прибор повернут на 90°. Новое измерение дает $\sigma_x = -1$ с 50-процентной вероятностью*

Пока еще нет отличий между классической и квантовой физикой. Различие становится заметным при повороте прибора на произвольный угол, скажем на $\frac{\pi}{2}$ радиан (90°). Сначала прибор расположен вертикально (стрелка «верх» направлена вдоль оси z). Спин приготовлен в состоянии $\sigma = +1$. Затем мы поворачиваем $\mathcal{A}$ так, чтобы стрелка «верх» указывала вдоль оси x (рис. 1.3), и выполняем измерение, которое по нашему предположению даст x-компоненту спина σ_x.

Если окажется, что σ действительно представляет собой компоненту вектора в проекции на ось «верх», то следует ожидать, что она будет равна нулю. Почему? Первоначально мы подтвердили, что величина σ направлена вдоль оси z, а значит, ее компонента вдоль оси x должна быть равна нулю. Но, измеряя σ_x, мы обнаруживаем сюрприз: вместо $\sigma_x = 0$ прибор выдает либо $\sigma_x = +1$, либо $\sigma_x = -1$. Прибор $\mathcal{A}$ очень упрям и независимо от того, в какую сторону он сориентирован, отказывается давать какие-либо результаты кроме $\sigma = \pm 1$. Если спин действительно является вектором, то это очень странный вектор.

И все же мы обнаружили нечто интересное. Допустим, мы повторяем эту операцию многократно, каждый раз следуя одной и той же процедуре.

- Вначале выставить $\mathcal{A}$ вдоль оси z и приготовить $\sigma = +1$.
- Повернуть прибор так, чтобы он был ориентирован вдоль оси x.

- Измерить σ.

Повторные эксперименты выдают случайную последовательность плюс-единиц и минус-единиц. Детерминизм рушится, но особым образом. Если проделать все это множество раз, то обнаружится, что число событий $\sigma = +1$ и событий $\sigma = -1$ статистически одинаково. Иными словами, среднее значение σ равно нулю. Вместо классического результата, а именно равенства нулю компоненты σ в проекции на ось x, мы обнаруживаем, что нулю равен *средний результат этих повторных измерений*.

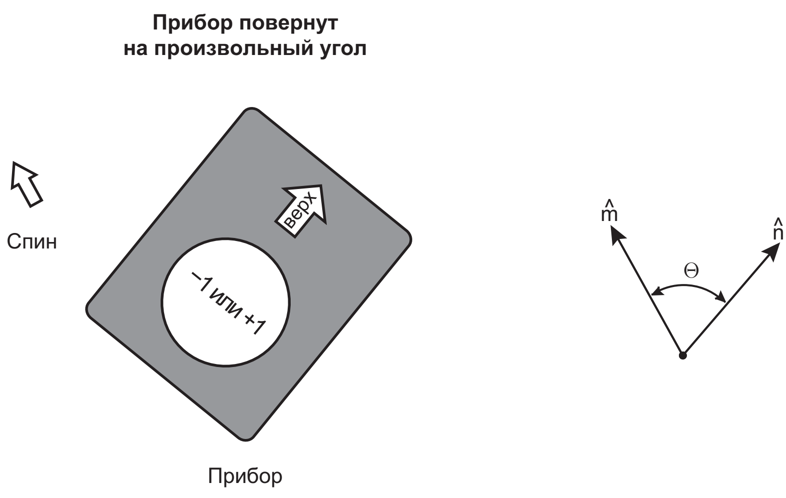

Рис. 1.4. *Прибор повернут на произвольный угол в плоскости xz. Средний результат измерения равен* $\hat{n} \cdot \hat{m}$

Теперь проделаем все то же самое снова, но вместо того, чтобы выставлять $\mathcal{A}$ вдоль оси x, повернем его