

Книга — книгой,
А мозгами двигай.
В. Маяковский

ГЛАВА ПЕРВАЯ

ЗАТЕЙНЫЕ ЗАДАЧИ

РАЗДЕЛ I

Проверьте и поупражняйте свою смекалку вначале на таких задачах, для решения которых требуется лишь целеустремленная настойчивость, терпение, сообразительность и умение складывать, вычитать, умножать и делить *целые* числа.

1. Наблюдательные ребята

Школьники — мальчик и девочка — только что произвели метеорологические измерения.

Теперь они отдыхают на пригорке и смотрят на проходящий мимо них товарный поезд.

Паровоз на подъеме отчаянно дымит и пыхтит. Вдоль полотна железной дороги ровно, без порывов дует ветер.

— Какую скорость ветра показали наши измерения? — спросил мальчик.

— 7 метров в секунду.

— Сегодня мне этого достаточно, чтобы определить, с какой скоростью идет поезд.

— Ну да? — усомнилась девочка.

— А ты присмотрись повнимательнее к движению поезда.

Девочка немного подумала и тоже сообразила, в чем тут дело.

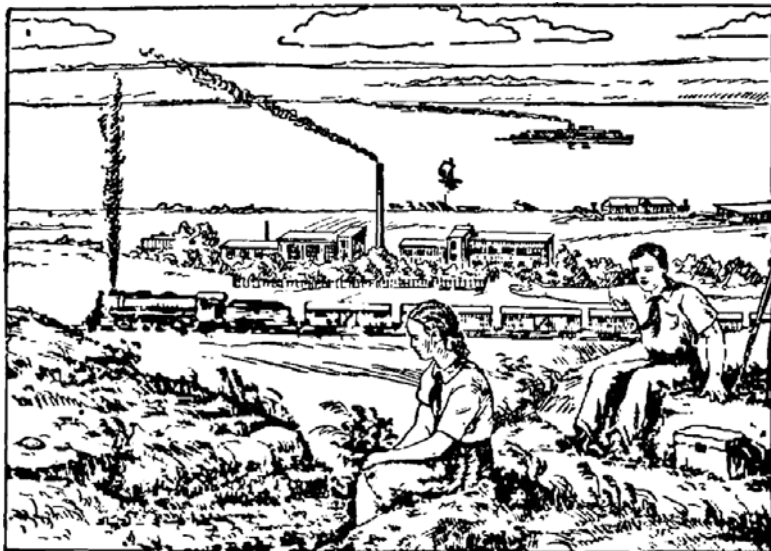


Рис. 1. С какой скоростью идет поезд?

А увидели они в точности то, что нарисовал наш художник (рис. 1). С какой же скоростью шел поезд?

2. «Каменный цветок»

Помните талантливого умельца — мастера Данилу из сказки Бажова «Каменный цветок»?

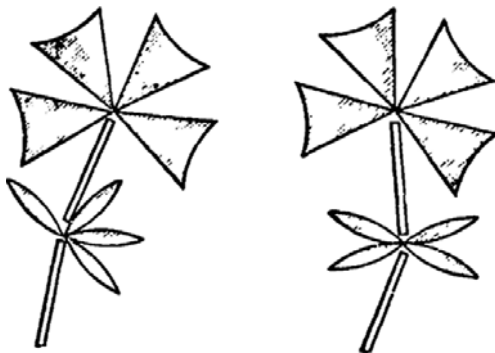


Рис. 2. Из частей этих двух цветков сложите круг

Рассказывают на Урале, что Данила, будучи еще учеником, выточил два таких цветка (рис. 2), листья, стебли и лепестки которых разнимались, а из образовавшихся частей цветков можно было сложить пластинку в форме круга.

Попробуйте! Перерисуйте Данилины цветочки на бумагу или картон, вырежьте лепестки, стебли и листья и сложите круг.

3. Перемещение шашек

Положите на стол шесть шашек в ряд попеременно — черную, белую, еще черную, еще белую и т. д. (рис. 3).

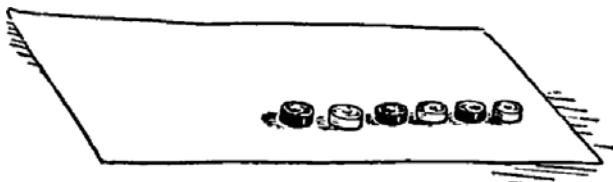


Рис. 3. Белые шашки должны оказаться слева, за ними — черные

Справа или слева оставьте свободное место, достаточное для четырех шашек.

Требуется переместить шашки так, чтобы слева оказались все белые, а вслед за ними все черные. При этом перемещать на свободное место нужно сразу две находящиеся рядом шашки, не меняя порядка, в котором они лежат. Для решения задачи достаточно сделать три перемещения (три хода)¹.

Если у вас нет шашек, воспользуйтесь монетами или нарежьте кусочки бумаги.

4. В три хода

Положите на стол три кучки спичек. В первую кучку положите 11 спичек, во вторую — 7, в третью — 6. Перекладывая спички из одной кучки в любую другую, нужно сравнять все три кучки, чтобы в каждой было по 8 спичек. Это возможно, так как общее

¹ Тема этой задачи получает дальнейшее развитие в задачах 86 и 87. — Здесь и далее прим. авт.

число спичек — 24 — делится на 3 без остатка. При этом требуется соблюдать такое правило: к любой кучке разрешается добавлять ровно столько спичек, сколько в ней уже есть. Например, если в кучке 6 спичек, то и добавить к ней можно только 6, если в кучке 4 спички, то и добавить к ней можно только 4.

Задача решается в три хода.

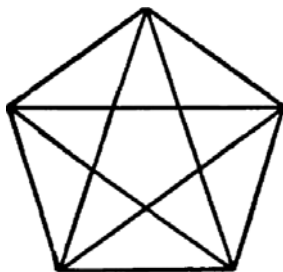


Рис. 4

5. Сосчитайте!

Проверьте свою геометрическую наблюдательность: сосчитайте, сколько треугольников в фигуре, изображенной на рис. 4.

6. Путь садовника

На рис. 5 дан план небольшого яблоневого сада (точки — яблони). Садовник обошел все яблони подряд.

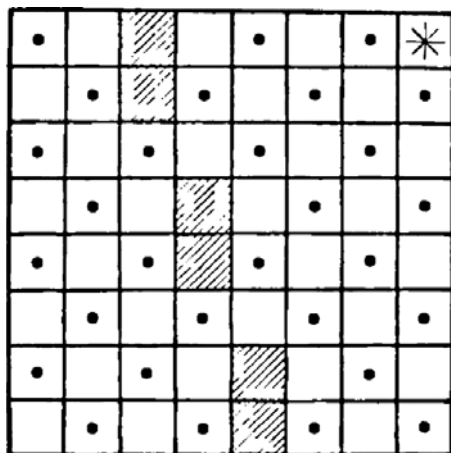


Рис. 5. План яблоневого сада

Начал он с клетки, отмеченной звездочкой, и обошел одну за другой все клетки — как занятые яблонями, так и свободные, ни разу при этом не возвращаясь на пройденную клетку.

По диагоналям он не ходил и на заштрихованных клетках не был (там располагаются различные строения).

Закончив обход, садовник оказался на той же клетке, с которой начал свой путь.

Начертите в своей тетради путь садовника.

7. Нужно смекнуть

В корзине лежат пять яблок. Как разделить эти яблоки между пятью девочками, чтобы каждая получила по одному яблоку, а одно яблоко осталось в корзине?

8. Недолго думая

Скажите, сколько в комнате кошек, если в каждом из четырех углов комнаты сидит по одной кошке, против каждой кошки сидит по три кошки и на хвосте у каждой кошки сидит по кошке?

9. Вниз — вверх

Мальчик плотно прижал грань синего карандаша к грани желтого карандаша. Один сантиметр (в длину) прижатой грани синего карандаша, считая от нижнего конца, запачкан краской. Желтый карандаш мальчик держит неподвижно, а синий, продолжая прижимать к желтому, опускает на 1 см, затем возвращает в прежнее положение, опять опускает на 1 см и опять возвращает в прежнее положение. Десять раз он так опускает и десять раз поднимает синий карандаш (двадцать движений).

Если допустить, что за это время краска не высыхает и не истощается, то на сколько сантиметров в длину окажется запачканным желтый карандаш после двадцатого движения?

Примечание. Эту задачу придумал математик Леонид Михайлович Рыбаков по дороге к дому после удачной охоты на уток. Что для него послужило поводом к сочинению задачи, вы прочтете в ответах после того, как решите задачу.

10. Переправа через реку (старинная задача)

Небольшой воинский отряд подошел к реке, через которую необходимо было переправиться. Мост сломан, а река глубока. Как быть? Вдруг офицер замечает у берега двух мальчиков в лодке. Но лодка так мала, что на ней может переправиться только один солдат или только двое мальчиков — не больше! Однако все солдаты переправились через реку именно на этой лодке. Каким образом?

Решайте эту задачу в уме или практически — используя шашки, спички или что-либо в этом роде и передвигая их по столу через воображаемую реку.

11. Волк, коза и капуста

Это тоже старинная задача, которая встречается в сочинениях VIII века. Она имеет сказочное содержание.



Рис. 6. Нельзя оставить без человека волка и козу

Некий человек должен был перевезти в лодке через реку волка, козу и капусту (рис. 6). В лодке мог поместиться только один человек, а с ним или волк, или коза, или капуста. Но если оставить волка с козой без человека, то волк съест козу, если оставить козу с капустой, то коза съест капусту, а в присутствии человека никто никого не съест. Человек все-таки перевез свой груз через реку.

Как он это сделал?

12. Выкатить черные шарики

В узком и очень длинном желобе находится восемь шариков: четыре черных слева и четыре белых чуть-чуть большего диаметра справа (рис. 7). В средней части желоба в стенке имеется небольшая ниша, в которой может поместиться только один шарик (любой). Два шарика могут расположиться рядом поперек желоба только в том месте, где находится ниша. Левый конец желоба закрыт, а в правом есть отверстие, через которое может пройти любой черный шарик, но не белый. Как выкатить из желоба все черные шарики? Вынимать шарики из желоба не разрешается.



Рис. 7. Выкатить черные шарики

13. Ремонт цепи

Знаете, над чем задумался молодой мастер (рис. 8)? Перед ним пять звеньев, которые нужно соединить в одну цепь, не используя дополнительных колец. Если, например, расковать кольцо 3 (одна операция) и зацепиться им за кольцо 4 (еще одна операция), затем расковать кольцо 6 и зацепиться за кольцо 7 и т. д., то всего получится восемь операций, а мастер стремится сковать цепь при помощи только шести операций. Ему это удалось. Как он действовал?



Рис. 8. Как следует действовать мастеру?

14. Исправьте ошибку

Возьмите двенадцать спичек и выложите из них «равенство», показанное на рис. 9.

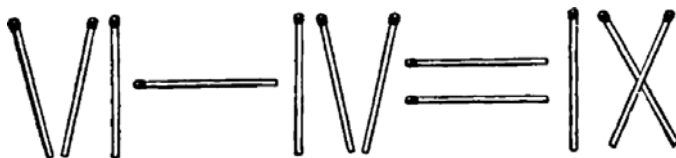


Рис. 9. Исправьте ошибку, переложив только одну спичку

Равенство, как видите, неверное, так как получается, что $6 - 4 = 9$.

Переложите одну спичку так, чтобы получилось правильное равенство.

15. Из трех — четыре (шутка)

На столе лежат три спички.

Не прибавляя ни одной спички, сделайте из трех четыре. Ломать спички нельзя.

16. Три да два — восемь (еще шутка)

Вот еще аналогичная шутка. Вы можете ее предложить своему товарищу.

Положите на стол три спички и предложите товарищу добавить к ним еще две так, чтобы получилось восемь. Разумеется, ломать спички нельзя.

17. Три квадрата

Из восьми палочек (например, спичек), четыре из которых вдвое короче остальных четырех, требуется составить три равных квадрата.

18. Сколько деталей?

В токарном цехе завода вытачиваются детали из свинцовых заготовок. Из одной заготовки — деталь. Стружки, получившиеся

при выделке шести деталей, можно переплавить и приготовить еще одну заготовку. Сколько деталей можно сделать таким образом из тридцати шести свинцовых заготовок?

19. Попробуйте!

В квадратном зале для танцев поставить вдоль стен десять кресел так, чтобы у каждой стены стояло поровну кресел.

20. Сохранить четность

Возьмите шестнадцать каких-нибудь предметов (бумажек, монет, слив или шашек) и расположите их по четыре в ряд (рис. 10). Теперь уберите шесть штук, но так, чтобы в каждом горизонтальном и в каждом вертикальном рядах осталось по четному числу предметов. Убирая разные шесть штук, можно получить разные решения.

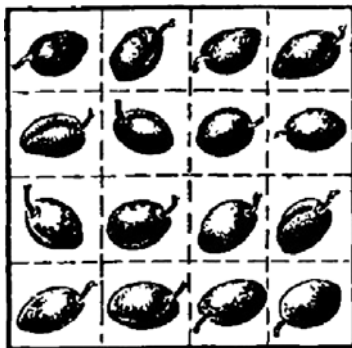


Рис. 10. Можно съесть шесть слив, но ни в одном ряду не должно остаться нечетное число слив

21. «Волшебный»

числовой треугольник

В вершинах треугольника я поместил числа 1, 2 и 3 (рис. 11). Разместите числа 4, 5, 6, 7, 8, 9 по сторонам треугольника так, чтобы сумма всех чисел вдоль каждой стороны треугольника равнялась 17. Это нетрудно, так как я подсказал, какие числа следует поместить в вершинах треугольника.

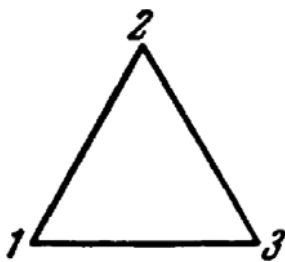


Рис. 11

Значительно дольше придется вам повозиться, если я заранее не скажу, какие числа следует поместить в вершинах треугольника, и предложу снова разместить числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, каждое по одному разу, вдоль сторон

и в вершинах треугольника так, чтобы сумма чисел на каждой стороне треугольника равнялась 20.

Когда получите искомое расположение чисел, поищите и другие варианты. Условия задачи могут выполняться при самых разнообразных расположениях чисел.

22. Как играли в мяч двенадцать девочек

Двенадцать девочек стали в круг и начали играть в мяч. Каждая девочка бросала мяч своей соседке слева. Когда мяч обходил весь круг, его перебрасывали в противоположном направлении. Через некоторое время одна девочка сказала:

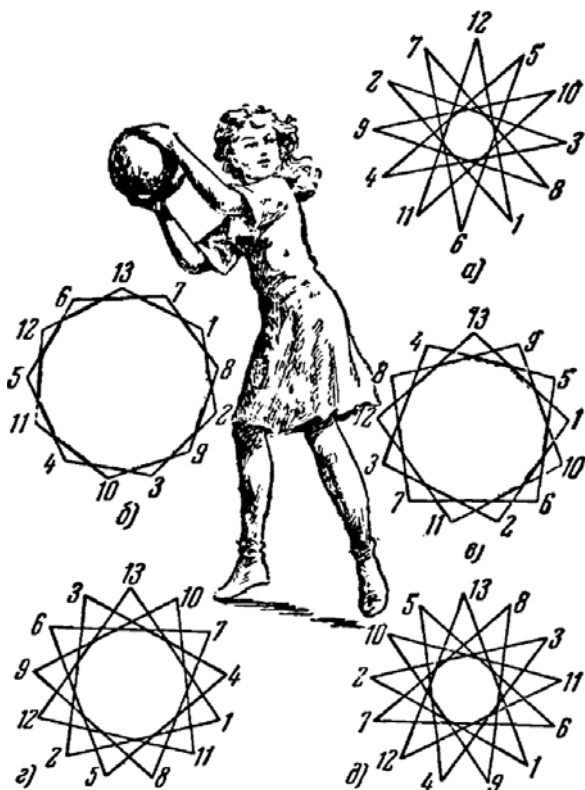


Рис. 12. Каждая девочка бросала мяч соседке слева

- Будем лучше бросать мяч через одного человека.
- Но так как нас двенадцать, то половина девочек не будет участвовать в игре, — живо возразила Наташа.
- Тогда будем бросать мяч через двух! (Каждая третья ловит мяч.)
- Еще хуже: играть будут только четверо... Если хотите, чтобы все девочки играли, нужно бросать мяч через четырех (пятая ловит). Другой комбинации нет.
- А если бросать мяч через шесть человек?
- Это будет та же самая комбинация, только мяч пойдет в противоположном направлении.
- А если играть через десять (каждая одиннадцатая ловит мяч)? — допытывались девочки.
- Таким способом мы уже играли...

Девочки стали рисовать схемы всех предлагавшихся способов игры и очень скоро убедились в том, что Наташа была права. Только одна схема игры (кроме первоначальной) охватывала всех участниц без исключения (рис. 12, а).

Вот если бы игравших девочек было тринадцать, мяч можно было бы бросать и через одну (рис. 12, б), и через двух (рис. 12, в), и через трех (рис. 12, г), и через четырех (рис. 12, д), и всякий раз игра охватывала бы всех участниц. Выясните, можно ли при тринадцати играющих бросать мяч через пять человек. А через шесть? Подумайте и для наглядности нарисуйте соответствующие схемы.

23. Четырьюя прямыми

Возьмите лист бумаги и нанесите на нем девять точек так, чтобы они расположились в форме квадрата, как показано на рис. 13. Перечеркните теперь все точки четырьмя прямыми линиями, не отрывая карандаша от бумаги.

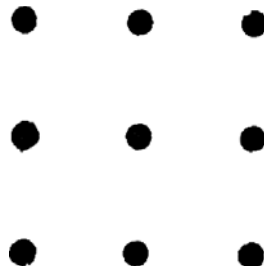


Рис. 13

24. Отделить коз от капусты

А теперь решите задачу, в некотором смысле противоположную предыдущей.

Там мы соединяли точки прямыми линиями, а здесь требуется провести три прямые линии так, чтобы отделить коз от капусты (рис. 14). На рисунке книги проводить прямые линии не следует. Перерисуйте схему расположения коз и капусты в свою тетрадь и после этого попробуйте решить задачу. Можно совсем не проводить линий, а воспользоваться вязальными спицами или тонкими проволочками.



Рис. 14. Нужны срочные меры против этих лакомых

25. Два поезда

Скорый поезд вышел из Москвы в Санкт-Петербург и шел без остановок со скоростью 70 км/час. Другой поезд вышел ему навстречу из Санкт-Петербурга в Москву и тоже шел без остановок со скоростью 60 км/час.

На каком расстоянии будут эти поезда за час до своей встречи?

26. Во время прилива (шутка)

Недалеко от берега стоит корабль со спущенной на воду веревочной лестницей вдоль борта. У лестницы десять ступенек;

расстояние между ступеньками 30 см. Самая нижняя ступенька касается поверхности воды. Океан сегодня очень покоем, но начинается прилив, который поднимает воду за каждый час на 15 см. Через какое время покроется водой третья ступенька веревочной лесенки?

27. Циферблат

а) Разделите циферблат часов (рис. 15) двумя прямыми линиями на три части так, чтобы, сложив числа, в каждой части получить одинаковые суммы.

б) Можно ли этот циферблат разделить на шесть частей так, чтобы в каждой части находились два числа, причем суммы этих двух чисел в каждой из шести частей были бы равны между собой?

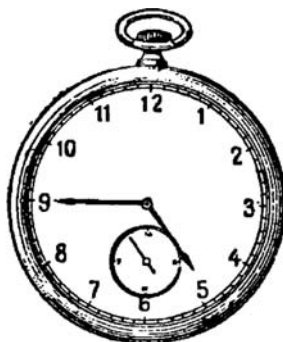


Рис. 15

28. Сломанный циферблат

В музее я видел старинные часы с римскими цифрами на циферблате, причем вместо знакомой нам записи числа четыре (IV) стояли четыре палочки (IIII). Трещины, образовавшиеся на циферблате, делили его на четыре части, как изображено на рис. 16. Суммы чисел в каждой части были неодинаковы: в одной — 21, в другой — 20, в третьей — 20, в четвертой — 17.

Я заметил, что при несколько ином расположении трещин сумма чисел в каждой из четырех частей циферблата равнялась бы 20. При новом расположении трещин они могут и не проходить через центр циферблата. Перерисуйте



Рис. 16. Трещины делят циферблат на четыре части

циферблат в свою тетрадь и найдите это новое расположение трещин.

29. Удивительные часы

Как-то в один дом срочно попросили зайти часовщика.

— Я болен, — ответил часовщик, — и не могу пойти. Но если починка несложная, я пришлю вам своего ученика.

Оказалось, что нужно было поломанные стрелки заменить другими.

— С этим мой ученик справится, — сказал мастер. — Он проверит механизм ваших часов и подберет к ним новые стрелки.

Ученик отнесся к работе очень старательно, и когда закончил осмотр часов, уже стемнело. Считая работу законченной, он торопливо надел подобранные стрелки и поставил их по своим часам: большую стрелку на цифру 12, а маленькую — на цифру 6 (было ровно шесть часов вечера).

Но вскоре после того, как ученик вернулся в мастерскую, чтобы сообщить мастеру, что работа выполнена, зазвонил телефон. Мальчик взял трубку и услышал сердитый голос заказчика:

— Вы плохо починили часы, они неправильно показывают время!

Ученик мастера, удивленный этим сообщением, поспешил к заказчику. Когда он пришел, отремонтированные часы показывали начало девятого. Ученик протянул свои наручные часы разгневанному хозяину дома:

— Сверьте, пожалуйста. Ваши часы ни на секунду не отстают.

Ошеломленный заказчик вынужден был согласиться, что его часы в данный момент действительно показывают правильное время.

Но на другой день утром заказчик опять позвонил и сказал, что стрелки часов, очевидно, сошли с ума и разгуливают по циферблату, как им вздумается. Ученик мастера побежал к заказчику. Часы показывали начало восьмого. Сверив время по своим часам, он не на шутку рассердился:

— Вы смеетесь надо мной! Ваши часы показывают точное время!

Часы действительно показывали точное время. Возмущенный ученик мастера хотел тут же уйти, но хозяин удержал его. А через несколько минут они нашли причину столь невероятных происшествий.

Догадались ли вы, в чем тут дело?

30. Три в ряд

Расположите на столе девять пуговиц в форме квадрата по три пуговицы на каждой стороне и одну в центре (рис. 17). Если вдоль какой-нибудь прямой линии находятся две пуговицы или более, то такое расположение мы всегда будем называть «рядом». Так, AB и CD — ряды, в каждом из которых по три пуговицы, а EF — ряд из двух пуговиц.

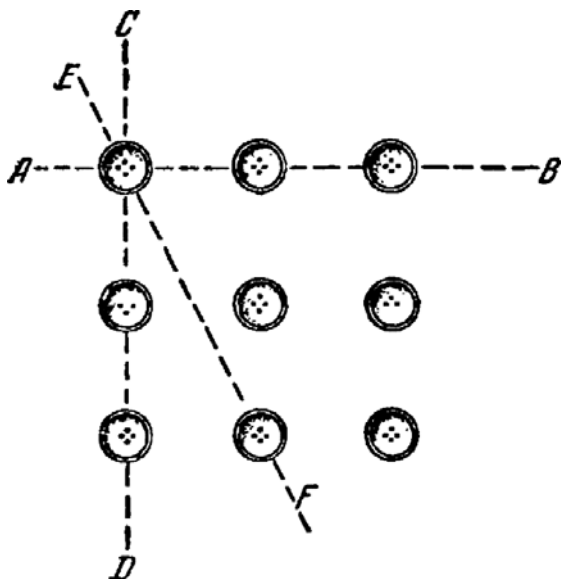


Рис. 17. Сколько здесь рядов?

Определите, сколько на рисунке рядов по три пуговицы в каждом, а сколько — по две пуговицы.

Уберите теперь любые три пуговицы и оставшиеся шесть расположите в три ряда так, чтобы в каждом ряду было по три пуговицы.

31. Десять рядов

Нетрудно догадаться, как расположить шестнадцать шашек в десять рядов по четыре шашки в каждом ряду. Гораздо труднее расположить девять шашек в десять рядов так, чтобы в каждом ряду было по три шашки.

Решите обе задачи.

32. От 1 до 19

В девятнадцати кружках рис. 18 требуется расставить все целые числа от 1 до 19 так, чтобы сумма чисел в любых трех кружках, лежащих на одной прямой, равнялась 30.

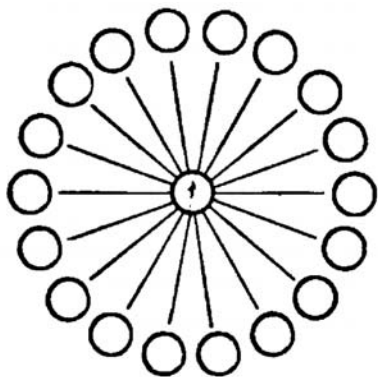


Рис. 18. Расставьте в кружках числа от 1 до 19

33. Быстро, но внимательно

Следующие три задачи решайте «на скорость» — кто быстрее даст правильный ответ.

а) В полдень из Москвы в Тулу выходит автобус с пассажирами. Часом позже из Тулы в Москву выезжает велосипедист и едет по тому же шоссе, но, конечно, значительно медленнее, чем автобус.

Когда пассажиры автобуса и велосипедист встретятся, то кто из них будет дальше от Москвы?

б) В 6 часов стенные часы пробили шесть ударов. По наручным часам я заметил, что время, протекшее от первого удара до шестого, равнялось 30 секундам.

Если для того, чтобы пробить шесть раз, часам понадобилось 30 секунд, то сколько времени будет продолжаться бой часов в полдень или в полночь, когда часы бьют двенадцать раз?

в) Из одной точки вылетели три ласточки. Когда они будут в одной плоскости?

* * *

А теперь спокойными рассуждениями проверьте свои решения и загляните в раздел «Ответы».

Ну как? Не попались ли вы в те небольшие ловушки, которые содержатся в этих несложных задачах?

Такие задачи тем и привлекательны, что обостряют внимание и приучают к осторожности в привычном ходе мыслей.

34. Фигурный рак

Фигурный рак, изображенный на рис. 19, сложен из семнадцати кусочков.

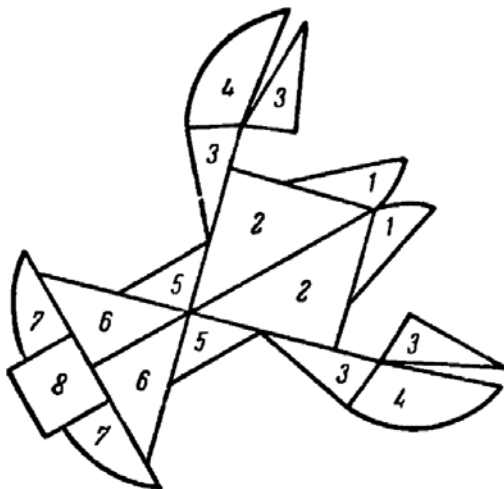


Рис. 19. Из семнадцати кусочков «рака» выложите круг и квадрат

Сложите из кусочков этого рака две фигуры сразу: круг и рядом с ним квадрат.

35. Беспокойная муха

По автомагистрали Москва — Симферополь два спортсмена одновременно начали тренировочный велопробег навстречу друг другу.

В тот момент, когда между велосипедистами осталось всего 300 км, пробегом очень заинтересовалась муха. Слетев с плеча одного велосипедиста и опережая его, она помчалась навстречу другому. Встретив второго велосипедиста и убедившись, что все благополучно, она немедленно повернула обратно. Долетела муха до первого спортсмена и опять повернула ко второму.

Так она и летала между сближавшимися велосипедистами до тех пор, пока спортсмены не встретились. Тогда муха успокоилась и села одному из них на нос.

Муха летала между велосипедистами со скоростью 100 км в час, а велосипедисты все это время ехали со скоростью 50 км в час.

Сколько километров пролетела муха?

36. Перевернутый год

Был ли в XX веке такой год, что если его записать цифрами, а бумажку повернуть верхним краем вниз, то число, образовавшееся на повернутой бумажке, будет выражать тот же год?

37. Две шутки

Первая шутка. Папа позвонил дочке, попросил ее купить кое-какие мелочи, нужные ему к отъезду, и сказал, что деньги лежат в конверте на письменном столе. Девочка, мельком взглянув на конверт, увидела написанное на нем число 98, вынула деньги и, не сосчитав их, положила в сумку, а конверт смяла и выбросила.

В магазине она купила на 90 рублей мелочей, а когда хотела расплатиться, то оказалось, что у нее не только не остается 8 рублей, как она предполагала, но даже не хватает 4 рублей.

Дома она рассказала об этом папе и спросила, не ошибся ли он, когда считал деньги. Отец ответил, что он сосчитал деньги

правильно, а ошиблась она сама, и, рассмеявшись, указал ей на ошибку. В чем была ошибка девочки?

Вторая шутка. Приготовьте восемь бумажек с числами 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8 и 9 и расположите их в два столбца как на рис. 20.

Перемещая всего лишь две бумажки, добейтесь того, чтобы суммы чисел в обоих столбцах были одинаковыми.

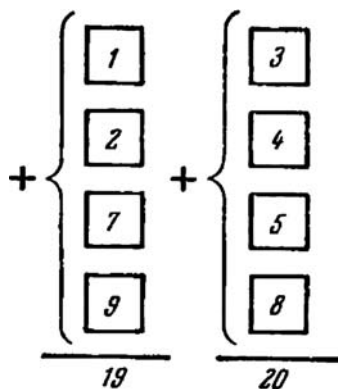


Рис. 20. Уравнять
неравные суммы

38. Сколько мне лет?

Когда моему отцу был 31 год, мне было 8 лет, а теперь отец старше меня вдвое. Сколько мне лет теперь?

39. Оцените «на взгляд»

Перед вами два столбца чисел:

123456789	1
12345678	21
1234567	321
123456	4321
12345	54321
1234	654321
123	7654321
12	87654321
1	987654321

Присмотритесь: числа второго столбца образованы из тех же цифр, что и числа первого, но с противоположным порядком их расположения. (Для усиления наглядности нули в левом столбце опущены.)

Какой столбец при сложении даст больший результат?

Сначала сравните эти суммы «на взгляд», то есть, еще не производя сложения, попытайтесь определить, должны ли они быть

одинаковыми или одна будет больше другой, а затем проверьте свою догадку сложением.

40. Скоростное сложение

Восемь шестизначных слагаемых

$$\begin{array}{r} 328\ 645 \\ 491\ 221 \\ 816\ 304 \\ 117\ 586 \\ 671\ 355 \\ 508\ 779 \\ 183\ 696 \\ 882\ 414 \end{array}$$

подобраны так, что, разумно их группируя, можно в уме найти сумму за 8 секунд. Выдержите вы такую скорость?

В разделе «Ответы» есть указания, но... вы их искать дольше будете!

А друзьям своим покажите два фокуса, которые в шутку тоже можете назвать «скоростным сложением».

Первый фокус. Скажите: «Не показывая мне, напишите столбиком столько многозначных чисел, сколько вам хочется. Затем я подойду, очень быстро напишу еще столько же чисел и моментально все их сложу».

Допустим, друзья написали:

7621
3057
2794
4518

А вы припишете такие числа, каждое из которых дополняет до 9999 одно за другим все написанные числа. Такими числами будут:

5481
7205
6942
2378

Действительно:

$$\begin{array}{r} + 4518 \\ \hline 5481 \\ 9999 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 2794 \\ \hline 7205 \\ 9999 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 3057 \\ \hline 6942 \\ 9999 \end{array} \quad \begin{array}{r} + 7621 \\ \hline 2378 \\ 9999 \end{array}$$

Теперь нетрудно сообразить, как быстро подсчитать всю сумму:

$$+ \left\{ \begin{array}{l} 7621 \\ 3057 \\ 2794 \\ 4518 \\ 5481 \\ 7205 \\ 6942 \\ 2378 \end{array} \right.$$

Нужно 9999 взять четыре раза, то есть 9999×4 , а такое умножение быстро выполняется в уме. Умножаем 10 000 на 4 и вычитаем лишние 4 единицы. Получается:

$$10\,000 \times 4 - 4 = 40\,000 - 4 = 39\,996.$$

Вот и весь секрет фокуса!

Второй фокус. Напишите одно под другим какие-нибудь два числа любой величины. Я припишу третье и мгновенно, слева направо напишу сумму всех трех чисел.

Положим, вы написали:

$$\begin{array}{r} 72\,603\,294 \\ 51\,273\,081 \end{array}$$

Я припишу, например, такое число: 48 726 918 — и сразу назову вам сумму.

Какое число следует приписывать и как в этом случае быстро находить сумму, сообразите сами!

41. Сколько их?

У мальчика столько же сестер, сколько и братьев, а у его сестры вдвое меньше сестер, чем братьев.

Сколько в этой семье братьев и сколько сестер?

42. Одинаковыми цифрами

Пользуясь только сложением, запишите число 28 при помощи пяти двоек, а число 1000 — при помощи восьми восьмерок.

43. Сто

При помощи любых арифметических действий составьте число 100 либо из *пяти единиц*, либо из *пяти пятерок*, причем из пяти пятерок 100 можно составить двумя способами.

44. Арифметический поединок

В математическом кружке нашей школы одно время была такая традиция. Каждому вновь вступающему в кружок учитель предлагал несложную задачу — этакий математический орешек. Решить задачу — сразу становишься членом кружка.

Помню, как-то дали новичку Вите такую задачу:

«Написано: 1 1 1
3 3 3
5 5 5
7 7 7
9 9 9

Нужно заменить двенадцать цифр нулями так, чтобы при сложении получилось 20». Витя немного подумал и быстро написал:

$$\begin{array}{r} + \left\{ \begin{array}{l} 011 \\ 000 \\ 000 \\ 000 \\ 009 \end{array} \right. \quad \text{или} \quad + \left\{ \begin{array}{l} 010 \\ 003 \\ 000 \\ 007 \\ 000 \end{array} \right. \\ \hline 20 \qquad \qquad \qquad 20 \end{array}$$

Потом он улыбнулся и сказал:

«Если у данных пяти трехзначных чисел заменить нулями только девять каких-то цифр, то можно получить при сложении 1111. Попробуйте!»

Ребята принялись за вычисления. И не только решили Витину задачу, но даже нашли еще один вариант ее: у этих же пяти

трехзначных чисел можно заменить нулями не девять, а только восемь цифр таким образом, что сумма останется прежней, то есть 1111.

Пришла очередь задуматься Вите. Он раскусил и этот орешек и к удовольствию всех присутствующих нашел еще новое продолжение задачи:

«Можно у пяти данных трехзначных чисел заменить нулями не девять и не восемь, а только шесть цифр, но сумма сохранится все той же — 1111». Учитель математики похвалил всех ребят и сказал, что можно сохранить сумму 1111, заменяя нулями не девять, не восемь и даже не шесть цифр, а только пять.

Найдите решение всех четырех вариантов этой задачи. Придумайте аналогичную задачу для чисел, состоящих не из трех единиц, троек, пятерок, семерок и девяток, а из пяти.

45. Двадцать

Из четырех нечетных чисел легко составить сумму, равную 10, а именно:

$$1 + 1 + 3 + 5 = 10,$$

или так:

$$1 + 1 + 1 + 7 = 10.$$

Возможно и третье решение:

$$1 + 3 + 3 + 3 = 10.$$

Других решений нет (изменения в порядке следования слагаемых, конечно, не образуют *новых* решений).

Значительно больше различных решений имеет такая задача.

Составить число 20, складывая ровно восемь нечетных чисел, среди которых также разрешается иметь и одинаковые слагаемые.

Найдите *все различные* решения этой задачи и установите, сколько среди них будет таких сумм, которые содержат наибольшее число *неодинаковых* слагаемых.

Маленький совет. Если вы будете подбирать числа наудачу, то и в этом случае натолкнетесь на несколько решений, но бессистемные пробы не дадут уверенности в том, что вы исчерпали все решения. Если же в «способ проб» вы внесете некоторый порядок, систему, то ни одно из возможных решений от вас не ускользнет.

46. Сколько маршрутов?

Школьники в математическом кружке вычертили план шестнадцати кварталов своего города. На прилагаемой схеме плана (рис. 21) все кварталы условно изображены одинаковыми квадратами.

Сколько *разных* маршрутов можно наметить от пункта А к пункту С, если двигаться по улицам города только вперед и вправо, вправо и вперед? Отдельными своими частями маршруты могут совпадать (см. пунктирные линии на схеме плана).

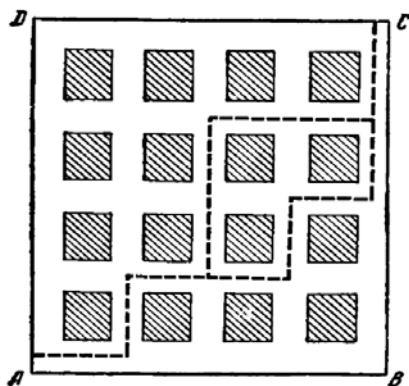


Рис. 21. Сколько маршрутов ведет от А к С?

Школьники насчитали семьдесят разных маршрутов. Верно ли они решили эту задачу?

47. Изменить расположение чисел

На концах пяти диаметров все порядковые числа от 1 до 10 расположены так, как показано на рис. 22. При таком расположении только в одном случае сумма двух соседних чисел равна сумме двух противоположно расположенных чисел, а именно:

$$10 + 1 = 5 + 6,$$

но, например,

$$1 + 2 \neq 6 + 7$$

или

$$2 + 3 \neq 7 + 8.$$

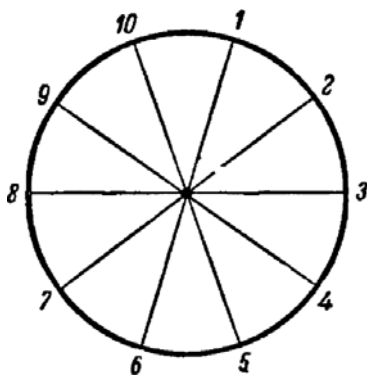


Рис. 22

Переместите данные числа так, чтобы сумма любых двух соседних чисел равнялась сумме соответствующих двух противоположно расположенных чисел.

Можно ожидать, что эта задача имеет не одно решение, то есть разные расположения данных чисел удовлетворяют условию задачи.

Попытайтесь найти такой путь решения задачи, который позволит установить и число всех возможных решений.

48. Разные действия, один результат

Если между двумя двойками знак сложения заменить знаком умножения, то результат не изменится. Действительно: $2 + 2 = 2 \times 2$. Нетрудно подобрать и три числа, обладающих тем же свойством, а именно: $1 + 2 + 3 = 1 \times 2 \times 3$. Есть и четыре однозначных числа, которые, будучи сложены или умножены друг на друга, дают один и тот же результат.

Кто быстрее подберет эти числа? Готово? Продолжайте состязание! Найдите пять, потом шесть, затем семь и т.д. однозначных чисел, обладающих тем же свойством. Имейте в виду при этом, что, начиная с группы в пять чисел, ответы могут быть различными.

49. Девяносто девять и сто

Сколько нужно поставить знаков «плюс» (+) между цифрами числа 987 654 321, чтобы в сумме получилось 99?

Возможны два решения. Найти хотя бы одно из них нелегко, но зато вы приобретете опыт, который поможет вам быстро расставить знаки «плюс» между семью числами 1 2 3 4 5 6 7 так, чтобы в сумме получилось 100 (расположение цифр изменять не разрешается).

50. Разборная шахматная доска

Веселый шахматист разрезал свою картонную шахматную доску на четырнадцать частей, как показано на рис. 23. Получилась разборная шахматная доска. Товарищам, приходившим к нему играть в шахматы, он предварительно предлагал головоломку: составить из этих четырнадцати частей шахматную доску. Вырежьте из бумаги в клетку такие же фигуры и убедитесь сами — трудно или легко из них составить шахматную доску.

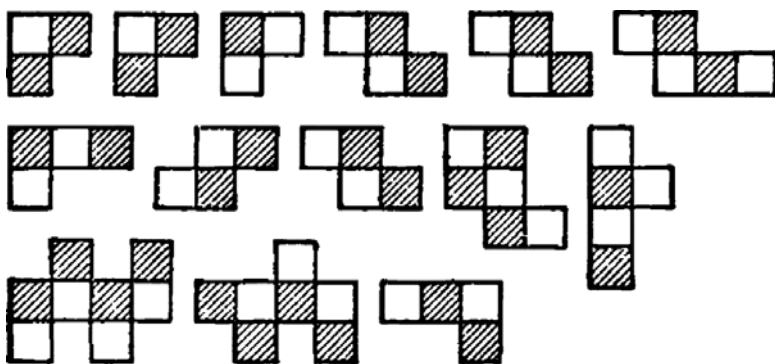


Рис. 23. Так веселый шахматист разрезал шахматную доску

51. Поиски мины

По окончании полевых занятий с группой суворовцев полковник решил предложить своим воспитанникам задачу на смекалку. Он вынул план местности, расчерченный на квадраты (рис. 24), и сказал:

«Два сапера с миноискателями должны обследовать эту местность, чтобы обезвредить вражеские мины. Для этого необходимо обойти все клетки местности, кроме центральной, которую занимает небольшой пруд. В ту клетку, где побывал один сапер, другому идти не следует. Двигаться можно только по горизонтали и вертикали, по диагоналям перемещаться нельзя. Один сапер начинает свой маршрут с клетки *A* и выходит на клетку *B*, другой начинает с клетки *B* и выходит на клетку *A*. Наметьте возможные маршруты саперов так, чтобы каждый из них прошел через одинаковое количество клеток. Эти несколько необычные условия я предлагаю лишь для проверки вашей смекалки».

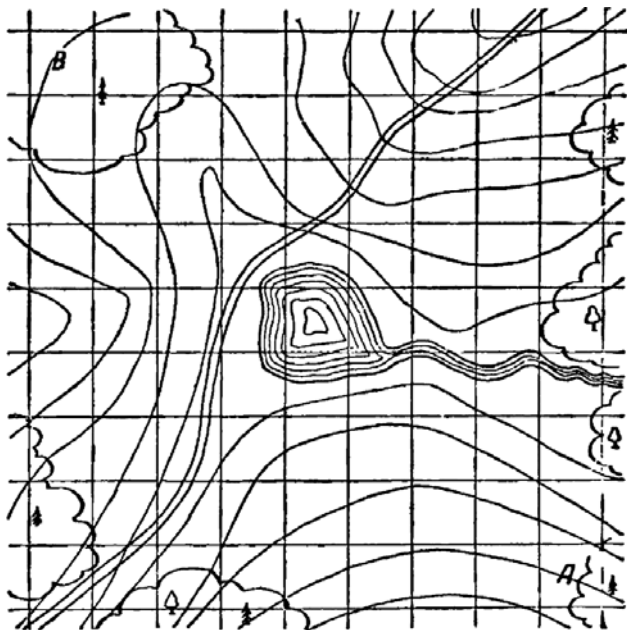


Рис. 24. Два сапера должны обследовать эту местность

Суворовцы перенесли план в свои тетради и через некоторое время справились с задачей. Полковник похвалил их за смекалку. Решите и вы задачу полковника.

52. Собрать в группы по две

Десять спичек положены в ряд. Я могу их распределить на пять пар, перескакивая каждый раз одной спичкой через две — например, так, как показано на рис. 25.

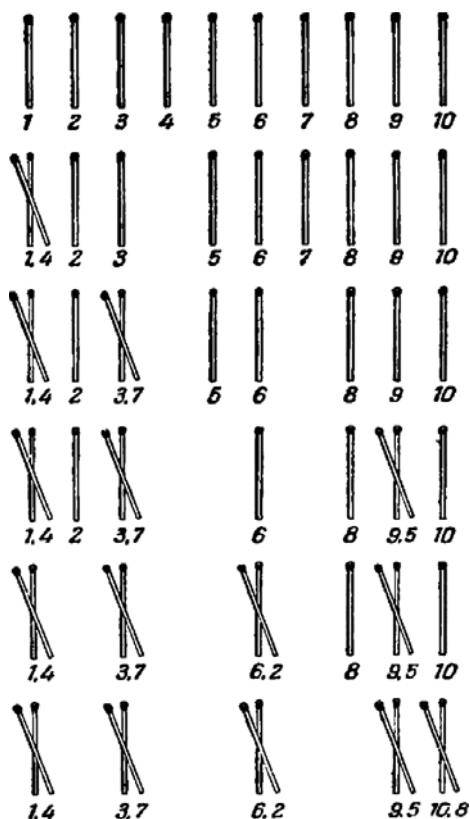


Рис. 25. Десять спичек — в пять пар, перескакивая через две спички

Найдите совсем другой порядок распределения спичек данного ряда на пять пар при соблюдении тех же условий.

53. Собрать в группы по три

Пятнадцать спичек положены в ряд (рис. 26). Требуется собрать их в пять групп по три спички в каждой. Перекладывать спички можно только по одной, каждый раз перескакивая через три спички.



Рис. 26

Эта задача потруднее предыдущей. Решите ее в десять переложений. Чтобы иметь возможность сличить свое решение с ответом, записывайте порядок перемещения спичек.

Замечание. Обобщение задач 52 и 53 приводит к выводу, что для составления групп по n спичек в каждой путем перекалывания каждой спички через n других спичек необходимо $5n$ спичек.

54. Часы остановились

У меня нет наручных часов, а только стенные, которые остановились. Я отправился к своему знакомому, часы которого идут безукоризненно, узнал время и, не задерживаясь долго, вернулся домой. Дома я быстро произвел несложные вычисления и поставил стрелки стенных часов в положение, соответствующее точному времени.

Как я действовал и как рассуждал, если предварительно мне не было известно, сколько времени занимает дорога?

55. Четыре действия арифметики

Перед вами семь строк последовательно расположенных цифр:

$$\begin{aligned}
 1\ 2\ 3 &= 1 \\
 1\ 2\ 3\ 4 &= 1 \\
 1\ 2\ 3\ 4\ 5 &= 1 \\
 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6 &= 1 \\
 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7 &= 1 \\
 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8 &= 1 \\
 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9 &= 1
 \end{aligned}$$

Не меняя порядка расположения цифр, поставьте между ними знаки арифметических действий с таким расчетом, чтобы в результате этих действий в каждом ряду получилось бы по 1. Действия должны выполняться в порядке следования — слева направо, так что сложение, например, может предшествовать умножению. При записи в этом случае, как вы знаете, следует ставить скобки.

Если понадобится, то две рядом стоящие цифры можете считать двузначным числом.

56. Озадаченный водитель

О чем подумал водитель, когда посмотрел на счетчик спидометра своей машины (рис. 27)? Счетчик показывал число 15 951. Водитель заметил, что количество километров, пройденных

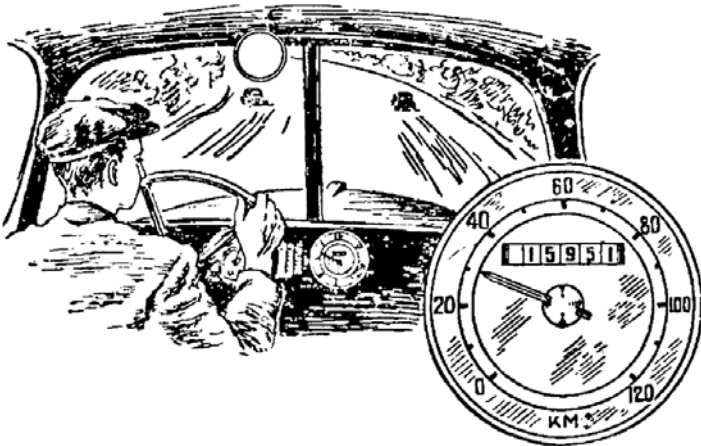


Рис. 27. Счетчик показывал симметричное число

машиной, выражалось симметричным числом, то есть таким, которое читалось одинаково как слева направо, так и справа налево:

15 951.

— Занятно!.. — пробормотал водитель. — Теперь нескоро, наверное, появится на счетчике другое число, обладающее такой же особенностью.

Однако ровно через два часа счетчик показал новое число, которое тоже в обе стороны читалось одинаково.

Определите, с какой скоростью ехал эти два часа водитель.

57. Для Цимлянского гидроузла

В выполнении срочного заказа по изготовлению измерительных приборов для Цимлянского гидроузла приняла участие бригада в составе опытного бригадира и девяти молодых рабочих.

В течение дня каждый из юных рабочих смонтировал по 15 приборов, а бригадир — на 9 приборов больше, чем в среднем каждый из десяти членов бригады.

Сколько всего измерительных приборов было смонтировано бригадой за один рабочий день?

58. В дачной электричке

В вагоне электрички ехали из города на дачу две подружки-школьницы.

— Я замечаю, — сказала одна из них, — что обратные электрички нам встречаются через каждые 5 минут. Как ты думаешь, сколько электричек прибывает в город в течение одного часа, если скорости электричек в обоих направлениях одинаковы?

— Конечно, 12, так как $60 : 5 = 12$, — сказала вторая подруга.

Но школьница, задавшая вопрос, не согласилась с решением подруги и привела ей свои соображения.

А что вы думаете по этому поводу?