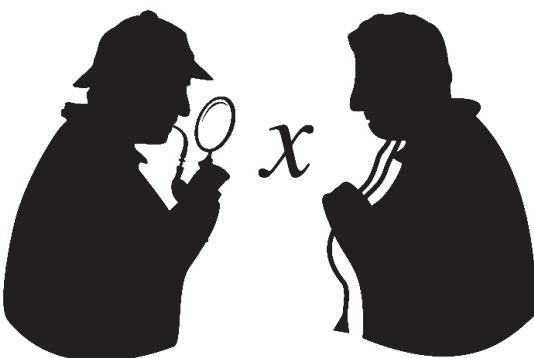


Математические головоломки профессора Стюарта

[Купить книгу на сайте kniga.biz.ua >>>](http://kniga.biz.ua)

Professor Stewart's Casebook of Mathematical Mysteries

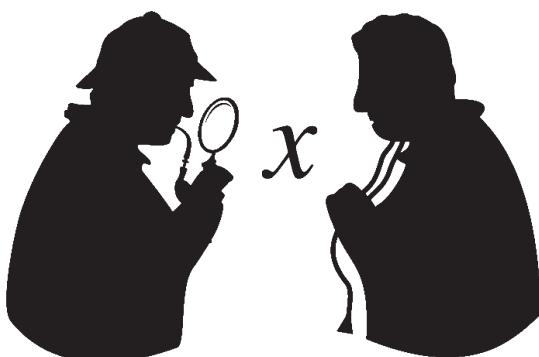


Ian Stewart

P
PROFILE BOOKS

[Купить книгу на сайте kniga.biz.ua >>>](http://kniga.biz.ua)

Математические головоломки профессора Стюарта



Иэн Стюарт

Перевод с английского



Москва

2017

[<u>Купить книгу на сайте kniga.biz.ua >>></u>](http://kniga.biz.ua)

УДК 51-8

ББК 22.12я92

С88

Переводчик Наталья Лисова

Научный редактор Андрей Родин, канд. филос. наук

Редактор Антон Никольский

Стюарт И.

С88 Математические головоломки профессора Стюарта / Иэн Стюарт ;
Пер. с англ. — М. : Альпина нон-фикшн, 2017. — 386 с.

ISBN 978-5-91671-628-3

Книга известного математика и популяризатора математической науки Иэна Стюарта — сборник удивительных историй, головоломок, курьезов, шуток и захватывающих математических фактов, которые вызывают любопытство, учат, удивляют и восхищают. В книге использован любопытный ход: повествование основано на приключениях не слишком удачливого детектива-гения Хемлока Сомса и его верного друга, доктора Джона Ватсона. Сомс и Ватсон ломают головы над решением головоломок с математической подоплекой. Попутно автор уделяет внимание математическим датам (например, «день числа π »), загадкам простых чисел, истории судоку, статистике и множеству других интересных вопросов, связанных с математикой. Эта умная, веселая книга демонстрирует всю мощь и красоту современной математики.

УДК 51-8
ББК 22.12я92

Все права защищены. Никакая часть этой книги не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, включая размещение в сети Интернет и в корпоративных сетях, а также запись в память ЭВМ для частного или публичного использования, без письменного разрешения владельца авторских прав. По вопросу организации доступа к электронной библиотеке издательства обращайтесь по адресу mylib@alpina.ru

© Joat Enterprises 2014, 2015

© Издание на русском языке, перевод, оформление. ООО «Альпина нон-фикшн», 2016

ISBN 978-5-91671-628-3 (рус.)
ISBN 978-1-84668-348-0 (англ.)

[<<> Купить книгу на сайте kniga.biz.ua >>>](http://kniga.biz.ua)

Содержание

Знакомьтесь: Сомс и Ватсап	11
О единицах измерения	13
Скандал с украденным совереном	15
Числовая диковинка	16
Железнодорожные маршруты	17
Сомс знакомится с Ватсапом	19
Геомагические квадраты	23
О форме апельсиновой кожуры	24
Как выиграть в лотерею?	26
КражаСлучай с зелеными носками	27
Последовательные кубы	33
Adonis Asteroid Mousterian	33
Два коротких вопроса на квадраты	35
О вреде чистых рук	35
Дело о картонных коробках	36
RATS-последовательность	42
Дни рождения полезны	43
Математические даты	43
Собака Баскетболлов	45
Цифровые кубы	52
Самовлюбленные числа	53
Пифилология, пиэмы и пиллиш	56
Без улик	58
Краткая история судоку	60

[<>>](http://kniga.biz.ua)

Гексакосиойгексеконтагексафобия	63
Раз, два, три	66
Как сберечь удачу	66
Дело о четырех тузах 	69
Растерянные родители	72
Парадокс зигзага	73
Дверца страха 	73
Блинные числа	79
Фокус с суповой тарелкой	80
Математические хайку	83
Дело о таинственном колесе 	85
Дважды два	88
Загадка гусиного клина	89
Мнемоника для е	93
Поразительные квадраты	95
Загадка тридцати семи 	96
Средняя скорость	98
Четыре псевдоку без указаний	98
Суммы кубов	100
Загадка похищенных бумаг 	102
Хозяин всего, что за оградой	106
Еще одна любопытная числовая закономерность	106
Задача о непрозрачном квадрате	106
Непрозрачные многоугольники и круги	109
πr^2 ?	111
Знак одного 	111
Промежутки между простыми числами	117
Проблема Гольдбаха для нечетных	119
Загадки простого числа	122

Оптимальная пирамида	130
Знак одного: часть вторая 	135
Путаница с инициалами	140
Евклидовы каракули	141
Евклидова эффективность	146
123456789 раз по X	148
Знак одного. Часть третья 	148
Номера такси	153
Волна перемещения	155
Загадка песков	158
π для эскимосов	160
Знак одного.	
Часть четвертая — завершение 	161
Серьезный беспорядок	164
Бросание монетки — несправедливый жребий	165
Покер по почте	168
Исключение невозможного 	172
Сила мидий	175
Доказательство шарообразности Земли	178
123456789 раз по X. Продолжение	184
Цена славы	184
Загадка золотого ромба 	185
Арифметическая последовательность степеней	187
Почему пузырьки в пиве идут сверху вниз?	189
Гармонический ряд со случайными знаками	191
Собаки, дерущиеся в парке 	194
Какой высоты это дерево?	196
Почему у моих друзей больше друзей, чем у меня?	197
Статистика. Разве это не чудесно?	200

Приключение шестерых гостей	200
Как записывать очень большие числа	205
Число Грэма	210
В моей голове это не укладывается	211
Дело водителя с уровнем выше среднего	213
Куб «Мышеловка»	216
Числа Серпинского	217
Джеймс Джозеф кто?	218
Ограбление в Баффлхэме	219
Квадриллион знаков числа π	221
Нормально ли число π ?	223
Математик, статистик и инженер...	226
Озера Вады	226
Последний лимерик Ферма	231
Ошибка Малфатти	231
Квадратные остатки	235
Бросание монетки по телефону	238
Как устраниТЬ нежелательное эхо	241
Тайна универсальной плитки	244
Гипотеза о трекле	253
Сделка с дьяволом	254
Непериодическая мостовая	254
Теорема о двух красках	258
Теорема о четырех красках в пространстве	261
Комическое исчисление	264
Задача Эрдёша о расходимости	265
Грек-интегратор	268
Сумма четырех кубов	274
Откуда у леопарда пятна	277

Многоугольники навсегда	279
Совершенно секретно	280
Приключения гребцов 	281
«Пятнашки»	287
Хитрая шестиугольная головоломка	289
Сложно, как азбука	291
Кольца из правильных многогранников.....	294
Задача о квадратном колышке	298
Невозможный маршрут 	299
Последняя задача 	304
Возвращение 	307
Окончательное решение 	309
 ЗАГАДКИ РАЗГАДАННЫЕ.....	313
ССЫЛКИ НА ИСТОЧНИКИ.....	383

[Купить книгу на сайте kniga.biz.ua >>>](http://kniga.biz.ua)

Знакомьтесь: Сомс и Ватсап

Книга «Кабинет математических диковинок профессора Стюарта» вышла в 2008 г., перед самым Рождеством. Похоже, читателям понравился содержавшийся в ней случайный набор забавных математических фокусов, игр, необычных биографий, разрозненных обрывков информации, решенных и нерешенных задач, странных фактов и попадавшихся иногда среди всего этого более длинных и серьезных глав, посвященных таким темам, как фракталы, топология и Великая теорема Ферма. Поэтому в 2009 г. появилась следующая книга — «Копилка математических сокровищ профессора Стюарта», в которой примерно такая же смесь перемежалась с пиратской темой.

Говорят, что 3 — отличное число для трилогии. Правда, по-крайней мере Дуглас Адамс, прославившийся «Путеводителем по Галактике», в конце концов пришел к выводу, что 4 лучше 3, а 5 — еще лучше, но 3 тем не менее представляется неплохим вариантом для начала. Так что теперь, с промежутком в пять лет, перед вами третья книга — «Математические головоломки профессора Стюарта». На этот раз, однако, я попробовал иной подход. В книге по-прежнему присутствуют короткие загадочные истории о таких вещах, как гексакосиогексеконтагексафобия, гипотеза о трекле, форма апельсиновой кожуры, RATS-последовательность, евклидовы каракули. Есть и более существенные разделы о решенных и нерешенных задачах: блинные числа, проблема Гольдбаха, гипотеза Эрдёша о расходимости, гипотеза о квадратном колышке и гипотеза АВС. Также имеются шутки, стихи и анекдоты, не говоря уже о необычных приложениях математики к летящим гусям, движению мидий, пятнистым леопардам и пузырькам

[<<< Купить книгу на сайте kniga.biz.ua >>>](http://kniga.biz.ua)

в кружке с пивом. Но при этом всякая всячина здесь перемежается с серией небольших рассказов о приключениях детектива Викторианской эпохи и его друга-врача...

Я знаю, о чём вы подумали. Однако я придумал этот сюжетный ход примерно за год до появления любимых героев Конан Дойля в исполнении Бенедикта Камбербэтча и Мартина Фримена на телекранах в новой современной постановке, сразу же завоевавшей огромную популярность. (Поверьте мне.) Кроме того — и это самое главное, — это *не та пара*. И даже не та, что фигурирует в оригинальных рассказах сэра Артура. Да, мои герои живут в тот же период времени, но *через дорогу*, в доме номер 222b. Оттуда они бросают завистливые взгляды на вереницу богатых клиентов, посещающих обиталище более знаменитого дуэта. А время от времени попадается случай, который их знаменитые соседи не взялись или не сумели решить: речь о таких загадочных историях, как дело о знаке одного, дело о собаках, которые дрались в парке, дело о дверце страха и дело о греке-интеграторе. Вот тогда-то Хемлок Сомс и доктор Джон Ватсал включают свои мозги, демонстрируют свои подлинные возможности и силу характера — и добиваются успеха, несмотря на превратности судьбы и недостаток рекламы.

Заметьте, что речь идет о *математических* загадках. Их решение требует интереса к математике и способности ясно мыслить — качеств, которыми не обожены Сомс и Ватсал. Эти истории отмечены в тексте значком . По пути мы узнаем об армейской карьере Ватсала в Ал-Гебраистане и о борьбе Сомса с его заклятым врагом профессором Могиарти, которая с неизбежностью привела к последнему фатальному противостоянию у Штикельбахского водопада. А потом...

К счастью, доктор Ватсал описал многие их совместные расследования в своих мемуарах и неопубликованных записках. Я благодарен его потомкам Ундервуду и Верити Ватсалам за предоставление мне свободного доступа к семейным документам и великолодушное разрешение включить в свою книгу выдержки из них.

Ковентри, март 2014 г.

О единицах измерения

Во времена Сомса и Ватсапа в Британии пользовались имперскими единицами измерения, а не метрическими, которыми по большей части пользуются сегодня, и денежные единицы тоже строились не по десятичной системе. У американских читателей проблем с имперскими единицами не возникнет; правда, галлоны по разные стороны Атлантики всегда были разные, но эти единицы измерения в книге все равно не используются. Чтобы избежать разнотечений, я пользовался единицами Викторианской эпохи даже в тех вопросах, которые не входят в канон Сомса/Ватсапа, — за исключением тех случаев, когда логика рассказа требует именно метрической системы.

Здесь же я приведу краткий справочник по интересующим нас единицам измерения с их метрическими/десятичными эквивалентами.

Большую часть времени конкретные единицы измерения вообще не имеют значения: можно было бы просто, не меняя чисел, перечеркнуть слова «дюймов» или «ярдов» и заменить их неопределенным обозначением «единиц». Или выбрать любой другой вариант, который покажется вам удобным (к примеру, можно свободно заменить ярды на метры).

Единицы длины

1 фут = 12 дюймов	304,8 мм
1 ярд = 3 фута	0,9144 м
1 миля = 1760 ярдов = 5280 футов	1,609 км
1 лига = 3 мили	4,827 км

14 // Математические головоломки профессора Стюарта

Единицы веса

1 фунт = 16 унций	453,6 г
1 стоун = 14 фунтов	6,35 кг
1 хандриджвейт = 8 стоунов = 112 фунтов	50,8 кг
1 тонна = 20 хандриджвейтов = 2240 фунтов	1,016т

Денежные единицы

1 шиллинг = 12 пенсов (в ед. ч.: пенни)	5 новых пенсов
1 фунт = 20 шиллингов = 240 пенсов	
1 соверен = 1 фунт (монета)	
1 гинея = 21 шиллинг	1,05 фунта
1 кроны = 5 шиллингов	25 новых пенсов

Скандал с украденным совереном



Частный детектив достал из кармана кошелек, убедился, что тот по-прежнему пуст, и вздохнул. Стоя у окна своей квартиры в доме 222b, он застывшим взглядом смотрел через улицу. Оттуда, едва различимые на фоне цоканья копыт и клацанья проезжающих экипажей, доносились звуки какой-то ирландской мелодии, мастерски исполняемой на скрипке Страдивари. В самом деле, этот человек *невыносим!* Сомс взирал на ручеек людей, один за другим входящих в дверь его знаменитого конкурента. Большинство из них с очевидностью были богаты и принадлежали к высшим классам общества. Те, кто не выглядели богатыми членами высших классов, за редким исключением были *представителями* богатых членов высших классов.

Преступники просто не совершали преступлений, которые затрагивали бы людей того сорта, что прибегли бы при необходимости к услугам Хемлока Сомса.

Последние две недели Сомс с завистью наблюдал, как клиентов одного за другим проводили к человеку, которого они считали величайшим детективом на свете. Или, по крайней мере, в Лондоне, который для викторианской Англии означал, по существу, то же самое. Тем временем его собственный дверной звонок упрямо молчал, счета накапливались, и миссис Сопсудс уже угрожала выселением.

В производстве у Сомса числилось всего одно дело. Лорд Хампшоу-Смэттеринг, владелец гостиницы «Глиц», считал, что один из его официантов стащил золотой соверен — ценность стоимостью в один фунт стерлингов. Откровенно говоря, соверен в настоящий момент пригодился бы и самому Сомсу. Однако вряд ли подобное происшествие способно было привлечь жадную до сенсаций желтую прессу, от которой, как ни прискорбно, зависело его будущее.

Сомс еще раз просмотрел свои записи по делу. Три приятеля — Армстронг, Беннет и Каннингем — обедали в ресто-

ране отеля, после чего им был вручен счет на 30 фунтов. Каждый из троих дал официанту Мануэлю 10 золотых соверенов. Но затем метрдотель заметил, что в счет вкрадась ошибка и на самом деле с приятелей следовало получить не 30, а 25 фунтов. Он дал официанту пять соверенов, которые следовало вернуть гостям. Поскольку пять монет невозможно было разделить на троих, Мануэль решил, что лучше всего будет, если он оставит два соверена себе в качестве чаевых и раздаст посетителям по соверену; при этом он намекнул, что им вообще повезло, что удалось вернуть хоть какую-то часть переплаты.

Посетители согласились на такой вариант, и все было хорошо, пока метрдотель не обратил внимания на арифметическую неточность. Получалось, что посетители заплатили за обед по 9 фунтов, в сумме 27 фунтов. Два фунта получил Мануэль, то есть в сумме получилось 29 фунтов.

Одного фунта не хватало.

Хампшоу-Смэттеринг был убежден, что Мануэль просто украл недостающий соверен. Доказательства, конечно, были косвенные, но Сомс понимал, что от разрешения этой загадки зависит благополучие официанта. Если бы Мануэля уволили с плохой характеристикой, он не смог бы найти подобную работу.

Куда же делся недостающий соверен?

Ответ см. на с. 313.

Числовая диковинка*

В работе детектива жизненно важно уметь замечать закономерности. В неопубликованной и никак не озаглавленной моногра-

* Многие куски данного собрания, не имеющие прямого отношения к криминальным случаям, взяты из рукописных заметок. Некоторые из них, такие как «Копилка аналитических аномалий доктора Ватсапа», уже были собраны и изданы с разрешения Сомса и будут воспроизведены здесь без дополнительных ссылок. Некоторые относятся к более поздним датам и добавлены сюда литературными душеприказчиками Ватсапа; внимательный читатель легко заметит подобные анахронизмы. — Прим. авт.

фии Сомса среди 2041 поучительного примера всевозможных закономерностей присутствует и такой. Решите примеры:

$$\begin{aligned}11 \times 91 \\11 \times 9091 \\11 \times 909091 \\11 \times 90909091 \\11 \times 9090909091.\end{aligned}$$

Сомс воспользовался бы для решения ручкой и бумагой, и современные читатели могут поступить так же, если они еще не забыли, как это делается. Калькуляторы, конечно, всегда под рукой, но в них частенько не хватает разрядов. Такую закономерность можно продолжать бесконечно: доказать это при помощи калькулятора невозможно, но можно прийти к этому выводу путем умозаключений и старого доброго способа. Итак, не проводя больше никаких вычислений, ответьте, чему равно

$$11 \times 9090909090909091.$$

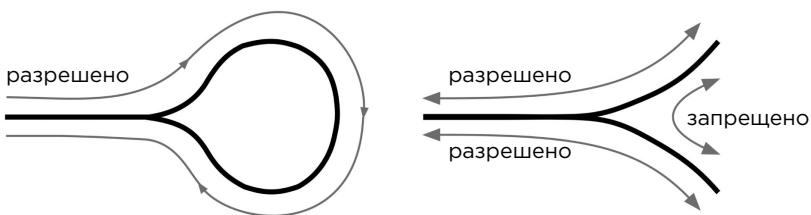
И более сложный вопрос: почему так получается?

Ответы см. на с. 315.

Железнодорожные маршруты

Лайонел Пенроуз* изобрел новый вариант традиционных лабиринтов: железнодорожные лабиринты. Соединения в них похожи на железнодорожные стрелки, и маршрут следует прокладывать так, чтобы по нему мог пройти поезд, то есть без острых углов и резких поворотов. Оказалось, что это удобный способ втиснуть сложный лабиринт в небольшое пространство.

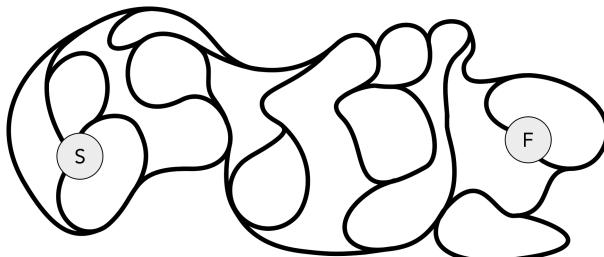
* Лайонел Шарплз Пенроуз (1898–1972) — известный британский психиатр, генетик, математик и шахматный теоретик. — Прим. ред.



Разрешенные и запрещенные маршруты на стыках

Сын Лайонела математик Роджер Пенроуз развил эту идею. Один из придуманных им лабиринтов высечен в камне на Скамье тысячелетия в деревеньке Лаппит в Девоне (Англия). Он довольно сложен, поэтому приведу для вас более простой пример.

Карта на следующем рисунке показывает сеть железных дорог, по которым ходят опаздывающие поезда. Поезд отправлением в 10:33 уходит со станции S и должен прибыть на станцию F. Поезд не может поменять направление движения, просто остановившись и поехав назад, но может двигаться в любом направлении, если путь делает петлю и замыкается сам на себя. В точках, где сходятся два пути, поезд может проехать в любом направлении с плавным изгибом. По какому маршруту ходит этот поезд?



Лабиринт

Ответ и дополнительную информацию, в том числе и о лаппитской Скамье тысячелетия, см. на с. 316.

• •

Сомс знакомится с Ватсапом



Мелкий моросящий дождичек из тех, что кажутся нестрашными, но умудряются очень быстро промочить вас до костей, сыпал на добрых обитателей Лондона — и на дурных тоже, — когда те и другие проносились вдоль Бейкер-стрит по своим делам, достойным и не слишком, и пытались не наступать в лужи. Наш не самый знаменитый детектив привычно стоял у окна, безнадежно взглядываясь в сумрак; он тихо жаловался самому себе на плачевное состояние своих финансов и чувствовал себя подавленным. Проницательность, проявленная при разрешении скандала с украденным совереном, принесла ему достаточный доход, чтобы избавиться на некоторое время от шумных претензий миссис Сопсудс, но теперь, когда эмоциональный подъем от успеха немного спал, он чувствовал себя одиноким и недооцененным.

Может быть, ему нужен компаньон-единомышленник? Тот, кто мог бы разделить с ним вендетту в отношении преступности, а также интеллектуальный вызов по распутыванию улик, которые злоумышленники так неосмотрительно оставляли всюду после себя? Но где найти такого человека? Сомс совершенно не представлял, с чего следует начать.

Приступ меланхолии Сомса был прерван появлением перед домом напротив крепкой фигуры, целеустремленно направляющейся к двери. Сомс инстинктивно оценил незнакомца и решил, что это медик, недавно уволившийся из армии. Хорошо одет, явно не беден: еще один богатый клиент для этого перехваленного болвана Хол...

Но нет! Крепыш взглянул на номер дома, покачал головой и развернулся на каблуках. Когда он пересек дорогу, едва увернувшись от двухколесного кэба, его лицо скрылось под шляпой, но движения по-прежнему говорили о решимости, может быть, даже решимости на грани отчаяния. Взглянув на мужчину теперь, когда интерес к крепышу оказался подогрет, Сомс понял, что пиджак незнакомца вовсе не нов, как он было подумал, про-

что мастерски починен... на Олд-Комптон-стрит, судя по виду стежков. В четверг, когда у старшей швеи выходной. Нет, одет довольно бедно, а вовсе не хорошо, поправил Сомс свое первоначальное впечатление, когда незнакомец исчез из виду, очевидно, направляясь к его двери.

Пауза... затем звонок в дверь.

Сомс ждал. Стук в дверь оповестил о появлении его долготерпеливой квартирной хозяйки миссис Сопсудс в одном из обычных ее цветастых платьев и большом переднике.

— Вас хочет видеть какой-то джентльмен, мистер Сомс, — сварливо проговорила она. — Проводить наверх?

Сомс кивнул, и миссис Сопсудс неуклюже затопала вниз по лестнице. Минутой позже она вновь постучала в дверь, и неизвестный медик вошел. Сомс сделал ей знак рукой, предлагая закрыть дверь и вернуться на привычное место за кружевными занавесками в гостиной на первом этаже, что она и проделала с очевидной неохотой.

Джентльмен на мгновение прислушался и внезапно распахнул дверь, одновременно отступив в сторону и позволив миссис Сопсудс боком повалиться на пол.

— Этот... э-э... ковер. Нужно почистить, — объяснила она, поднимаясь. Сомс мысленно отметил, что его квартирная хозяйка тоже нуждается в чистке, улыбнулся ей тонкой улыбкой и нетерпеливым жестом отоспал прочь. Дверь снова закрылась.

— Моя карточка, — сказал посетитель.

Сомс не читая положил визитку на стол лицевой стороной вниз и внимательно оглядел вошедшего с головы до ног. Через несколько секунд он произнес:

— Не слишком много приметных особенностей.

— Простите?

— Кроме очевидных, конечно. Последние четыре года вы провели в Ал-Гебраистане, служили хирургом в 6-м полку королевских драгун. Вы едва избежали серьезного ранения в битве при Кв'драте. Вскоре после этого срок вашей службы истек, и вы решили — после серьезных сомнений и коле-

баний — вернуться в Англию, что и сделали в начале этого года. — Сомс вгляделся пристальнее и добавил: — Вы держите четырех кошек.

У незнакомца отвалилась челюсть, а Сомс невозмутимо перевернул визитную карточку:

— Доктор Джон Ватсап, — вслух прочел он. — Хирург, 6-й королевский драгунский полк, в отставке.

Лицо сыщика не отразило никаких чувств при таком подтверждении его выводов, поскольку по-другому и быть не могло.

— Пожалуйста, присядьте, сэр, и расскажите мне о преступлении, жертвой которого вы стали. Могу вас заверить, что...

Ватсап дружелюбно рассмеялся.

— Мистер Сомс, я рад наконец встретиться с вами, ибо ваша слава разошлась далеко по свету. Ваши выводы в отношении моей персоны доказывают, что вы полностью заслуживаете всех тех хвалебных отзывов, которые мне приходилось слышать. А скромность дополнительного украшает вас. Но, откровенно говоря, я пришел в первую очередь не как возможный клиент. Скорее я ищу место и хотел бы наняться к вам на службу. Медицина меня больше не привлекает — как не привлекала бы вас, если бы вам довелось видеть те зрелища, что я принужден был выносить на фронте. Но я человек действия, по-прежнему жажду впечатлений, у меня есть армейский револьвер, и... Кстати, как вы это сделали?

Сомс, не обращая внимания на растущее ощущение того, что его путают с обитателем дома 221b, сел лицом к Ватсапу.

— По тому, как вы держитесь, сэр, я узнал в вас военного еще до того, как вы перешли улицу. Зрение у меня необычайно острое, а ваши руки — руки хирурга, сильные, но без следов тяжелого ручного труда. В прошлом декабре в *Times* писали о том, что четырехлетняя кампания в Ал-Гебраистане подходит к концу и королевский 6-й драгунский возвращается в Англию после решающей битвы при Кв'драте, которая дорого нам обошлась. На ногах у вас вполне подходящие армейские бо-

тинки, по характеру износа которых видно, что после возвращения вы уже провели некоторое время в Англии. У вас легкий шрам на скуле, почти заживший, вызванный, очевидно, мушкетной пулей неевропейской конструкции (я написал краткую монографию об огнестрельных ранениях на Дальнем Востоке и должен как-нибудь обязательно почитать ее вам). Вы человек действия, что проявилось в том, как вы отреагировали на привычку миссис Сопсудс подслушивать, так что вы ни за что не расстались бы с военной службой добровольно. Если бы вас отправили в отставку со скандалом, я прочел бы об этом в новостях, но ничего подобного в последнее время не сообщалось. На вашем пиджаке можно заметить четыре типа кошачьей шерсти — не просто шерстинки четырех разных цветов, что могло бы свидетельствовать об одной пестрой кошке, но разной длины и текстуры... Я не буду докучать вам их родословными.

— Поразительно!

— Откровенно говоря, я должен также признаться, что ваше лицо кажется мне знакомым. Я уверен, что где-то вас... Ну конечно! Вспомнил! Небольшая заметка в *Chronicle* на прошлой неделе, с фотографией... Доктор Джон Ватсап, который всегда представляется так: «Ватсап, док». Ваша слава обогнала мою, доктор.

— Вы слишком добры, мистер Сомс.

— Нет, просто реально смотрю на вещи. Но если нам предстоит работать вместе, вы должны убедить меня, что умеете не только действовать, но и думать. Так, посмотрим, — и Сомс написал следующие цифры:

4 9

на обороте какого-то конверта.

— Я хочу, чтобы вы добавили к этим знакам один стандартный арифметический символ так, чтобы получилось целое число от 1 до 9.

Ватсан сосредоточенно поджал губы.

— Так, плюс... нет, 13 — слишком много. Минус... нет, результат отрицательный. Умножение и деление тоже не подходят... Конечно! Квадратный корень! Ax, нет: $4\sqrt{9} = 12$, опять слишком много.

Он почесал в затылке.

— Я в тупике. Это невозможно.

— Уверяю вас, решение существует.

Некоторое время молчание нарушалось только тиканьем часов на каминной полке. Внезапно лицо Ватсана осветилось.

— Я понял!

Он взял конверт, добавил единственный символ и вручил Сомсу.

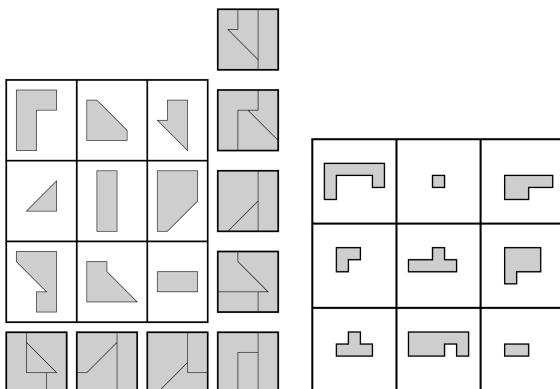
— Первое испытание вы прошли, доктор.

Что написал Ватсан? Ответ см. на с. 317.

Геомагические квадраты

Магический квадрат состоит из чисел, сумма которых по любой строке, любому столбцу и любой диагонали равна одному и тому же числу. Ли Сэллоуз придумал геометрический аналог магического квадрата — геомагический квадрат. Это организованные в квадрат геометрические фигуры; они расставлены таким образом, что фигуры в любом ряду, в любом столбце или диагонали складываются вместе, как детали головоломки, и образуют одну и ту же фигуру. Эти кусочки при необходимости можно поворачивать или отражать зеркально. На левом рисунке видно, как это делается; на правом представлена загадка, которую вам предлагается решить. *Ответ см. на с. 253.*

Сэллоуз придумал много других геомагических квадратов, а также обобщений вроде геомагического треугольника. Их можно найти в журнале *The Mathematical Intelligencer* 33 No. 4 (2011) 25–31 и на сайте Сэллоуза: <http://www.GeomagicSquares.com/>



Два геомагических квадрата Ли Сэллоуза. На продолжении каждой строки, столбца или диагонали располагается готовый сложенный пазл, содержащий соответствующие элементы.

Слева: завершенный пример.

Справа: ваша задача — сложить элементы в каждом ряду, столбце и диагонали в одну и ту же фигуру

• •

О форме апельсиновой кожуры

Существует множество способов очистить апельсин. Некоторые просто последовательно отламывают кусочки кожуры. Некоторые стараются снять кожуру целиком в виде большой неправильной кляксы. В результате обычно получается несколько кусков кожуры и много сока. Другие подходят к делу системно и аккуратно чистят апельсин ножом, делая спиральный надрез от верхушки плода вниз к основанию. Я лично предпочитаю беспорядок и быстрый результат, но о вкусах не спорят.

В 2012 г. Лоран Бартольди и Андре Энрикес заинтересовались тем, какую фигуру образует апельсиновая кожура, если ее аккуратно выложить на плоскости. Воспользовавшись тонким ножом и тщательно следя за тем, чтобы полоска кожуры везде имела одинаковую ширину, они выложили на столе кра-

сивую двойную спираль. Получившаяся фигура напомнила им одну известную математическую кривую — двойную спираль, известную под несколькими разными названиями: спираль Корню, спираль Эйлера, клотоида, или кривая Спиро.



Слева: очистка апельсина при помощи ножа. В середине: выполненная на плоскости спираль кожуры. Справа: спираль Корню

Эта кривая известна с 1744 г., когда Эйлер открыл одно из ее основных свойств. Кривизна этой кривой ($1/r$, где r — радиус оптимально подогнанной окружности) в любой заданной точке пропорциональна расстоянию вдоль кривой от середины кривой до этой точки. Чем дальше уходишь вдоль кривой, тем плотнее она сворачивается; именно поэтому ее спиральные участки закручиваются все плотнее. Физик Мари Альфред Корню наткнулся на эту же кривую в физике света, при преломлении света на прямой кромке. Инженеры-путейцы используют эту кривую при проектировании плавного перехода от прямого участка пути к повороту.

Бартольди и Энрикес доказали, что сходство между апельсиновой кожурой и спиралью Корню не случайно. Они записали уравнение, описывающее форму полоски апельсиновой кожуры для любой фиксированной ширины, и доказали, что чем меньше ширина полоски, тем сильнее ее форма приближается к форме спирали. При очень маленькой ширине фигуры становится похожей на спираль Корню со сколь угодно высокой точностью. Они отметили также, что эту спираль «открывали много раз в истории; наша, например, появилась за завтраком».

Дополнительную информацию см. на с. 318.

Как выиграть в лотерею?

Пожалуйста, обратите внимание на вопросительный знак в заголовке.

Чтобы выиграть джекпот в Национальной лотерее Великобритании (бездарно переименованной в Lotto), необходимо, чтобы шесть чисел от 1 до 49, выбранные вами заранее, совпадали с числами, которые выберет лотерейный автомат в день розыгрыша. Существуют способы выиграть призы поменьше, но давайте сосредоточимся на максимальном результате. Шары вынимаются машиной в случайном порядке, но затем выстраиваются по возрастанию, чтобы участникам лотереи проще было определить, выиграли ли они что-нибудь. Поэтому если машина выберет следующие шары:

13 15 8 48 47 36,

то результат будет выдан в виде

8 13 15 36 47 48;

наименьшее число здесь, очевидно, равно 8, следующее — 13 и т. д.

Теория вероятностей говорит нам, что если любое число может выпасть с равной вероятностью (как и должно быть), то в пределах выбранного комплекта из шести чисел:

- наиболее вероятное наименьшее число равно 1;
- наиболее вероятное следующее по величине число равно 10;
- наиболее вероятное третье по величине число равно 20;
- наиболее вероятное четвертое по величине число равно 30;
- наиболее вероятное пятое по величине число равно 40;
- наиболее вероятное наибольшее число равно 49.

Все эти утверждения верны. Первое верно, потому что если в ряду чисел появляется 1, то она, естественно, становится наи-

меньшей, что бы ни произошло далее. Однако в отношении числа 2 так уже нельзя сказать, потому что остается небольшая вероятность, что далее появится 1, которая и займет это место. Следовательно, вероятность того, что число 2 будет наименьшим после извлечения шести шаров, чуть меньше, чем для единицы.

Ну, хорошо, таковы математические факты. Поэтому на первый взгляд вы можете чуть-чуть увеличить свои шансы на выигрыш, если выберете числа

1 10 20 30 40 49,

поскольку каждое из них — наиболее вероятный вариант в данном интервале.

Верно ли сказанное? Ответ см. на с. 318.

Кража Случай с зелеными носками

— Вы прошли первое испытание, доктор. Но для настоящей проверки я должен посмотреть, как вы проведете криминальное расследование.

— Я готов, мистер Сомс. Когда мы начнем?

— Никогда не откладывай на завтра то, что можно сделать сегодня.

— Согласен, мы оба — люди действия. Что это будет за дело?

— Ваше собственное.

— Ho...

— Мне кажется, что, хотя причиной вашего появления здесь был поиск работы, вы, помимо этого, стали жертвой преступления. Я ошибаюсь?

— Нет, но как...

— Когда вы только вошли в комнату, я инстинктивно понял, что вы нуждаетесь в моей помощи. Вы пытались это скрыть, но я видел это по вашему лицу и по манере держаться. Когда я решил проверить этот вывод и упомянул «преступление, жерт-

вой которого вы стали», ваш ответ был уклончивым. Вы сказали, что пришли *в первую очередь* не как возможный клиент.

Ватсап вздохнул и тяжело опустился в кресло.

— Я боялся, что упоминание о моем собственном деле может отрицательно повлиять на ваше решение воспользоваться моими услугами, ведь вы могли подумать, что я просто пытаюсь получить бесплатный совет. Но я опять убедился, что вы видите меня насквозь, мистер Сомс.

— Это было неизбежно. Я думаю, мы вполне можем обойтись без формальностей. Вы можете называть меня Сомсом. А я буду называть вас Ватсапом.

— Это честь для меня, ми... э-э, Сомс, — Ватсап, откровенно взволнованный, сделал паузу, чтобы немного успокоиться: — Вообще-то случай несложный, вы с такими наверняка не раз сталкивались.

— Кража со взломом.

— Да. Как вы... не важно. Произошло это в начале года, и я немедленно обратился за профессиональной помощью к вашему соседу через дорогу. Через месяц, в течение которого не было получено совершенно никаких результатов, он заявил, что вопрос слишком тривиален, чтобы заинтересовать его могучий талант, и указал мне на дверь. Услышав, по счастливой случайности, о ваших расследованиях, я решил, что вы могли бы добиться успеха там, где это великолепное светило потерпело неудачу.

Ватсапу было ясно, что теперь он полностью овладел вниманием Сомса.

— Я клянусь, что помогу вам раскрыть это преступление, хотя бы для того, чтобы доказать свою полезность, — произнес Ватсап с чувством. — Если мы добьемся успеха... нет, когда мы добьемся успеха... я смогу с большим основанием надеяться на постоянное место. Я не могу заплатить вам гонорар, но могу предложить свои услуги бесплатно на два месяца. За это время я обеспечу постоянный поток клиентов, расхваливая вас направо и налево в обществе аристократов;

этого хватит, чтобы кормить нас обоих и оплачивать скромное, но приличное жилье.

— Признаюсь, такое предложение кажется мне достаточно привлекательным, — отозвался Сомс. — Я уже давно ищу себе помощника, которого наши заокеанские друзья назвали бы «вторым номером». То, как вы разоблачили неуместное любопытство моей квартирной хозяйки, внушиает мне дополнительную уверенность в том, что вы соответствуете моим потребностям, но посмотрим. Э-э... кстати, о потребностях: нет ли у вас с собой случайно пятифунтовой банкноты? Миссис Сопсудс всегда так жалуется на неоплаченные счета... Нет-нет, вижу, что наличных у вас не больше, чем у меня. Но вместе мы преодолеем безденежье. А теперь расскажите мне о преступлении.

— Как я уже сказал, дело очень простое, — сказал Ватсал. — Мой дом взломали, и моя бесценная коллекция ал-гебранских церемониальных кинжалов, представлявшая собой большую часть моего состояния, была украдена.

— Отсюда ваше нынешнее прискорбное финансовое состояние.

— Да, это так. Я планировал продать их на аукционе «Сотбис».

— Были ли какие-то улики?

— Всего одна. Зеленый носок, оставленный вором на месте преступления.

— Какого он был оттенка зеленого цвета? Из какого материала? Хлопок? Шерсть?

— Я не знаю, Сомс.

— Подобные вещи имеют значение, Ватсал. Не одного человека вздернули на виселице из-за конкретного оттенка цвета единственной штопальной нитки. И не один преступник избежал петли только потому, что такого доказательства не нашлось.

Ватсал кивнул, усваивая урок.

— Вся информация, которая у меня есть, исходит от полиции.

— Разумеется, это объясняет ее скучность. Продолжайте, пожалуйста.

— Полиция сузила круг подозреваемых до трех человек и пришла к выводу, что ответственность за это преступление лежит на ком-то из них. Это Генри Грин, Билл Браун и Уолли Уайт*.

Сомс задумчиво кивнул.

— Как я и думал, это те, кто в подобных ситуациях первыми приходят на ум. Они работают в районе Босуэлл-стрит.

— Откуда вы узнали, что я живу на Босуэлл-стрит? — Ватсал был поражен.

— Ваш адрес есть на визитке.

— А-а. Во всяком случае, один из этих троих точно преступник, который меня обокрал. Полиция навела справки и выяснила, что каждый из этих мужчин обычно носит пиджак и брюки.

— Большинство мужчин носит такую одежду, Ватсал. Даже низшие классы.

— Да. Но эти люди, помимо всего прочего, носят носки.

Сомс навострил уши.

— Этот момент, пожалуй, представляет некоторый интерес. Он показывает, что доходы этих людей превышают их законный заработок.

— Простите, Сомс, но я, откровенно говоря, не вижу...

— Вы никогда не встречались с господами Брауном, Грином и Уайтом.

— Ах!..

— Пожалуйста, воздержитесь от незначащих замечаний, Ватсал, они только отвлекают, и переходите к делу.

— Судя по всему, каждый из этих людей имел неизменную привычку одеваться в любых ситуациях в одежду одних и тех же цветов. Незаметные следы на месте преступления...

— Да-да, — пробормотал нетерпеливо Сомс. — Обрывки нити, оставшиеся на разбитом стекле. Очевидно, как божий день.

— ...Э-э, ну да, как я и говорил, обрывки нити. Эти следы указывали на то, что вор воспользовался одним из своих носков,

* Фамилии подозреваемых — Green, Brown и White — означают названия цветов: зеленый, коричневый и белый соответственно. — Прим. пер.